

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

สมการของระบบยานพาหนะโครงสร้างในสแตทสเปซ

การตอบสนองทางพลวัตของโครงสร้างที่ยานพาหนะสัญจรผ่านได้สมมติเป็นคำจำกัดความที่สมบูรณ์โดยฟังก์ชันระยะการโก่งตัวทางแนวดิ่ง, $V(x, t)$ ซึ่งจะหาค่าได้จากสมการ 3.1

$$V(x, t) = \sum_{i=1}^n y_i(t) \phi_i(x) \quad (3.1)$$

โดยที่ $\phi_i(x)$ คือ i^{th} mode shape,
 $y_i(t)$ คือ i^{th} modal coordinate

โดยเมื่อพิจารณาถึงระยะการโก่งที่จุดสัมผัสของยานพาหนะกับ โครงสร้างถนนที่พื้นผิวมีความขรุขระ, $h(x)$ จะได้ดังสมการ 3.2

$$V'(x, t) = V(x, t) + h(x) \quad (3.2)$$

ซึ่งความขรุขระของพื้นผิว, $h(x)$ สามารถหาได้จากสมการฟิลเตอร์ ซึ่งเป็นสมการอนุพันธ์ที่มีไวท์นอยซ์ (white noise, W) เป็นอินพุต (input) และค่าความขรุขระของพื้นผิวจะเป็นเอาต์พุต (output) ดังสมการ 3.3

$$\Delta_c h'(x) + h(x) = W(x) \quad (3.3)$$

โดย Δ_c คือ ระยะคอรีเลชัน (correlation distance)
 $W(x)$ คือ zero-mean white process โดย ความเข้มของไวท์นอยซ์ (white noise intensity, S_0)

หรือ หากเป็นความสัมพันธ์อนุพันธ์อันดับสองของค่าความขรุขระจะได้ดังสมการ 3.4

$$\Delta_c^2 h''(x) + 2\xi_{f_2} \Delta_c h'(x) + h(x) = W(x) \quad (3.4)$$

โดยสามารถแยกได้เป็น 2 สมการเพื่อ่ายต่อการคำนวณดังนี้

low passed filter

$$\Delta_c h'(x) + h(x) = W(x) \quad (3.5)$$

high passed filter

$$\Delta_c h_1'(x) + h_1(x) = h(x) \quad (3.6)$$

ในการพิจารณาระบบยานพาหนะโครงสร้าง จะพิจารณาในรูป สเตตสเปซ (state space) ซึ่งแสดงดังสมการ 3.7

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)W(t) + C(t), X(0) \quad (3.7)$$

โดย X คือ สเตตเวคเตอร์ (state vector)

W คือ ไวท์นอยซ์เวคเตอร์ (vector of white noise)

$X(0)$ คือ ค่าเริ่มต้นของ $X(t)$ (initial condition)

A, B และ C เป็นเมตริกซ์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความขรุขระ ยานพาหนะ และ โครงสร้าง พื้นฐานโดยรูปของสมการในส่วน of ค่าเฉลี่ยหรือค่าความคาดหวัง (mean or expected value) อยู่ในรูปสเตตสเปซเวคเตอร์จะเป็นดังนี้

$$E[\dot{X}(t)] = A(t)E[X(t)] + C(t), E[X(0)] \quad (3.8)$$

โดย $E[X(0)]$ คือ ค่าเริ่มต้นของค่าเฉลี่ยของ $[X(t)]$

เมตริกซ์ความแปรปรวน zero-time-lag ของสเตทเวคเตอร์, Σ_{XX} สามารถหาได้จากสมการอันดับหนึ่งของ Lyapunov ดังนี้

$$\dot{\Sigma}_{XX} = A\Sigma_{XX} + \Sigma_{XX}A^T + BQB^T, \Sigma_{XX}(0) \quad (3.9)$$

โดยที่ $\Sigma_{XX}(0)$ คือ ค่าเริ่มต้นของค่าความแปรปรวนของ $[X(t)]$

Q คือ เมตริกซ์กำลัง สำหรับเวคเตอร์ไวท์นอยซ์

$$Q = q_0 \begin{pmatrix} 1 & \dots & \rho_{w,w_j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{w,w_j} & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

เมื่อ q_0 คือ กำลังของไวท์นอยซ์

ρ_{w,w_j} คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความสัมพันธ์ zero-time-lag ระหว่างไวท์นอยซ์ทั้งสอง

ในการวิเคราะห์ระบบนี้ ตัวแปรต่างๆจะถูกจัดอยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติ (dimensionless parameter) ดังนั้นตัวแปรแต่ละตัวจะมีความเป็นอิสระต่อกัน

$$f_{k_1} = \sqrt{\frac{k_1 / \bar{m}L}{\omega_1^2}} = 0.05 \quad \text{คือ ค่าความยืดหยุ่นของสปริงในยานพาหนะ}$$

$$f_{k_2} = \sqrt{\frac{k_2 / \bar{m}L}{\omega_1^2}} = 0.2 \quad \text{คือ ค่าความยืดหยุ่นของระบบเพลลา}$$

$$f_c = \frac{c / \bar{m}L}{\omega_1} = 0.02 \quad \text{คือ ค่าความความหน่วงของระบบใช้ค้ำพในยานพาหนะ}$$

$$f_g = \sqrt{\frac{g/L}{\omega_1^2}} = 0.01 \quad \text{คือ ค่าแรงโน้มถ่วงของโลก}$$

$$\mu = M/\bar{m}L = 0.2 \quad \text{คือ มวลของห้องโดยสารของยานพาหนะ}$$

$$\eta = m/\bar{m}L = 0.1\mu = 0.02 \quad \text{คือ มวลของระบบเพลลาของยานพาหนะ}$$

อัตราส่วนของความถี่พื้นฐานของสะพานโหมดที่ i ต่อโหมดที่ 1 จะได้

$$f_i = \frac{\omega_i}{\omega_1} \quad \text{โดย } f_1 = 1.00 \quad \text{และ } f_2 = 4.00 \quad \text{สำหรับคานช่วงเดียว}$$

$$\text{และ } f_i = \frac{\omega_i}{\omega_1} \quad \text{โดย } f_1 = 1.00 \quad \text{และ } f_2 = (5/4)^2 \quad \text{สำหรับคานสองช่วง}$$

พารามิเตอร์ของแบบจำลองความขรุขระ

$$\Delta_c/L, \quad S_0/L^3$$

สมการความเร็วไม่คงที่

ความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วเริ่มต้นกับความเร็วที่ระยะทางใดๆเมื่อเคลื่อนที่ผ่านไปโดยความเร็วนั้นไม่คงที่เนื่องจากมีค่าความเร่งคงที่ดังแสดงในสมการ 3.11 และ สมการ 3.12

ความสัมพันธ์ทางระยะทาง

$$X = \int u dt + \int \int a dt^2 \rightarrow X = ut + \frac{1}{2}at^2 \quad (3.11)$$

ความสัมพันธ์ทางความเร็ว

$$V = u + \int a dt \rightarrow V = u + at \rightarrow a = \frac{V-u}{t} \quad (3.12)$$

จากสมการ 3.11 และ 3.12 จะได้

$$V = \sqrt{u^2 + 2aX} \quad (3.13)$$

โดยที่ V คือ ความเร็ว ณ ตำแหน่งใดๆ

u คือ ความเร็วเริ่มต้น

X คือ ระยะทางที่เปลี่ยนแปลง

a คือ ความเร่งทางแนวราบของยานพาหนะ

จากสมการ 3.11 เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของเวลาในรูปของตัวแปรไร้หน่วยจะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$t' = \frac{X}{L} = \frac{ut}{L} + \frac{1}{2} \frac{at^2}{L} \quad (3.14)$$

โดยที่ t' คือ ระยะเวลาหรือระยะทางต่อการเคลื่อนที่ผ่านคานหนึ่งช่อง (ไร้หน่วย)

t คือ ระยะเวลา

L คือ ระยะทางช่วงสะพาน

เมื่อแทนค่าความเร่งจะได้ดังนี้

$$t' = \frac{ut}{L} + \frac{1}{2} \left(\frac{V-u}{t} \right) \frac{t^2}{L}$$

$$t' = \frac{2ut}{2L} + \frac{Vt}{2L} - \frac{ut}{2L}$$

$$t' = \frac{(u+V)t}{2L} = \left(\frac{u + \sqrt{u^2 + 2aLt'}}{2L} \right) t \quad (3.15)$$

ในเทอมอนุพันธ์จะได้สมการดังนี้

$$dt' = \frac{V}{L} dt = \frac{\sqrt{u^2 + 2aLt'}}{L} dt$$

$$dt = \frac{L}{V} dt' = \frac{L}{\sqrt{u^2 + 2aLt'}} dt' \quad (3.16)$$

จากสมการ 3.16 จะได้ความสัมพันธ์ในเทอมอนุพันธ์โดยเวลาของความเร็วดังแสดงนี้

อนุพันธ์อันดับหนึ่ง ดังสมการ

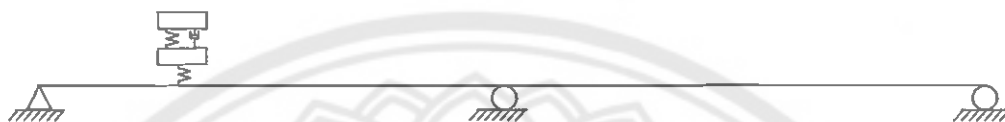
$$\dot{V} = \sqrt{\left(\frac{u}{L}\right)^2 + \left(\frac{2at'}{L}\right)} V' \quad (3.17)$$

อนุพันธ์อันดับสอง ดังสมการ

$$\ddot{V} = \left(\frac{u^2 + 2aLt'}{L^2} \right) V'' + \frac{a}{L} V' \quad (3.18)$$

แบบจำลองโครงสร้างพื้นฐาน

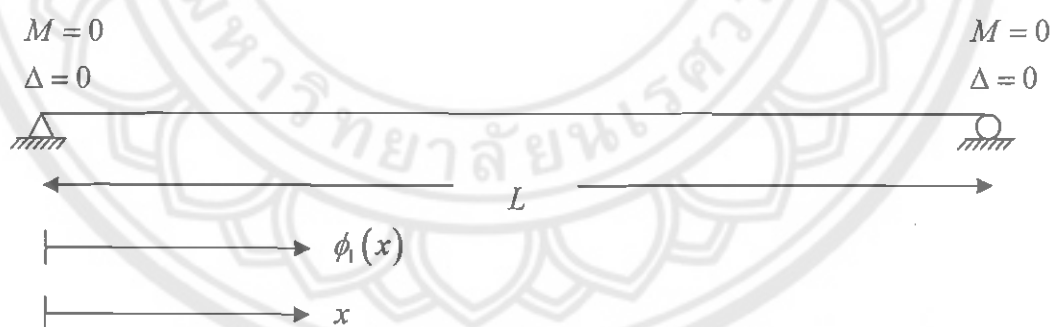
ในงานวิจัยนี้จะใช้คานช่วงเดียว (simple beam) และคาน 2 ช่วง (two span beam) เป็นโครงสร้างพื้นฐาน โดยใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบจำลอง (modal analysis)



ภาพ 14 แสดงแบบจำลองของระบบยานพาหนะโครงสร้างแบบคานช่วงเดียวและ 2 ช่วง (Simple and 2-span beam)

แบบจำลองคานช่วงเดียว (simple beam)

โดยพื้นฐานของแบบจำลองคานช่วงเดียวจะสามารถกำหนดขอบเขตเงื่อนไข (Boundary Conditions) ได้ทั้งหมด 4 เงื่อนไข คือ ไม่มีโมเมนต์ที่ปลายของคานทั้งสองข้าง เนื่องจากเป็นฐานรองรับแบบโครงข้อหมุน (Hinge support) และแบบล้อเลื่อน (Roller support) และจะไม่มีการหลุดตัวที่ฐานรองรับทั้งสองข้างดังกล่าวที่กำหนดในภาพ 15



ภาพ 15 แสดงการกำหนดขอบเขตเงื่อนไข (Boundary Conditions) ในคานช่วงเดียว

เมื่อพิจารณารูปร่างโหมด (mode shape) ของคานทั่วไปในแต่ละช่วงคานจะมีความสัมพันธ์ดังสมการ 3.19

$$\phi_1(x) = A_1 \sin a_1 x + A_2 \cos a_1 x + A_3 \sinh a_1 x + A_4 \cosh a_1 x \quad (3.19)$$

จากสมการ 3.19 จะสามารถแสดงสมการอนุพันธ์อันดับ 1-4 ของรูปร่างโหนดได้ดังสมการ 3.20 ถึง สมการ 3.23

สมการอนุพันธ์อันดับ 1

$$\phi_1'(x) = a_1 (A_1 \cos a_1 x - A_2 \sin a_1 x + A_3 \cosh a_1 x + A_4 \sinh a_1 x) \quad (3.20)$$

สมการอนุพันธ์อันดับ 2

$$\phi_1''(x) = a_1^2 (-A_1 \sin a_1 x - A_2 \cos a_1 x + A_3 \sinh a_1 x + A_4 \cosh a_1 x) \quad (3.21)$$

สมการอนุพันธ์อันดับ 3

$$\phi_1'''(x) = a_1^3 (-A_1 \cos a_1 x + A_2 \sin a_1 x + A_3 \cosh a_1 x + A_4 \sinh a_1 x) \quad (3.22)$$

สมการอนุพันธ์อันดับ 4

$$\phi_1^{(4)}(x) = a_1^4 (A_1 \sin a_1 x + A_2 \cos a_1 x + A_3 \sinh a_1 x + A_4 \cosh a_1 x) \quad (3.23)$$

เมื่อเปรียบเทียบสมการ 3.19 และ สมการ 3.23 จะได้ว่าอนุพันธ์อันดับ 4 ของรูปร่างโหนดจะมีค่าดังสมการ 3.24

$$\frac{d^4 \phi_1(x)}{dx^4} = a_1^4 \phi_1(x) = 0 \quad (3.24)$$

$$\text{โดยที่ } a_1 = \left(\frac{m\omega^2}{EI} \right)^{\frac{1}{4}}$$

เมื่อพิจารณาขอบเขตเงื่อนไข (Boundary Conditions) ทั้ง 4 เงื่อนไขของคานช่วงเดียวจะสามารถหาค่า A_1, A_2, A_3, A_4 ได้โดยแทนค่าในสมการ 3.19 และ สมการ 3.21 ดังที่แสดงในสมการ 3.25 ถึง สมการ 3.26 และ สมการ 3.28 ถึง สมการ 3.29

ฐานรองรับซ้ายที่ตำแหน่ง $x=0$ จะได้ว่า

ขอบเขตเงื่อนไข; ไม่เกิดการหลุดตัวที่ฐานรองรับ $\phi_1(0)=0$;

$$A_2 + A_4 = 0 \quad (3.25)$$

ขอบเขตเงื่อนไข; ไม่เกิดโมเมนต์ที่ฐานรองรับ $\phi_1''(0)=0$;

$$-A_2 + A_4 = 0 \quad (3.26)$$

จากสมการ 3.25 และ สมการ 3.26 จะได้ตั้งสมการ

$$A_2 = A_4 = 0 \quad (3.27)$$

และฐานรองรับขวาที่ตำแหน่ง $x=L$ เมื่อ $A_2 = A_4 = 0$ จะได้ว่า

ขอบเขตเงื่อนไข; ไม่เกิดการหลุดตัวที่ฐานรองรับ $\phi_1(L)=0$;

$$A_1 \sin aL + A_3 \sinh aL = 0 \quad (3.28)$$

ขอบเขตเงื่อนไข; ไม่เกิดโมเมนต์ที่ฐานรองรับ $\phi_1''(L)=0$;

$$-A_1 \sin aL + A_3 \sinh aL = 0 \quad (3.29)$$

นำสมการ 3.28 บวก สมการ 3.29 จะได้ตั้งสมการ

$$A_3 = 0 \quad (3.30)$$

นำค่า A_2, A_3, A_4 ที่ได้จากสมการ 3.27 และ สมการ 3.30 แทนในสมการ 3.19 จะได้สมการ
รูปร่างโหมดของคานช่วงเดี่ยวดังแสดงในสมการ 3.31

$$\phi_1(x) = A_1 \sin a_1 x \quad (3.31)$$

จากสมการ 3.31 จะเห็นได้ว่ารูปร่างโหมดของคานช่วงเดียวจะมีเพียงฟังก์ชันของไซน์ (sine function) เท่านั้น ทุกโหมดของรูปร่างโหมดนี้จึงเป็นรูปโหมดกึ่งสมมาตร (antisymmetric mode) ทั้งสิ้นโดยค่าความถี่ธรรมชาติในแต่ละรูปร่างโหมดจะมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$\omega_n = (aL_n)^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (3.32)$$

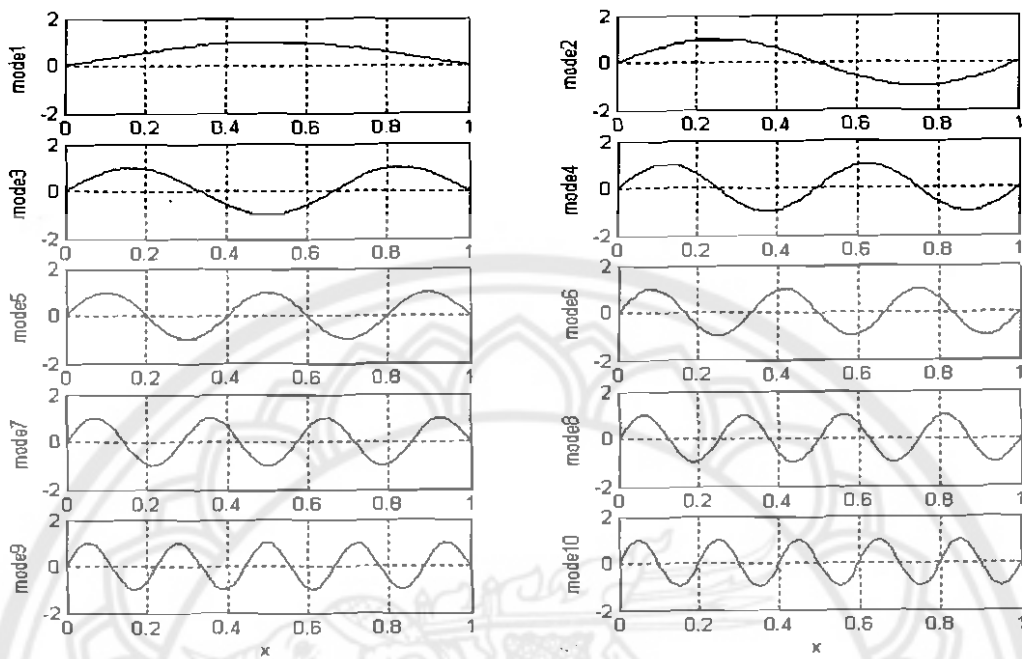
โดยที่ $aL_n = n\pi$
 n คือ รูปร่างโหมดลำดับที่ n^{th}

ในกรณีแปลงค่าความถี่ธรรมชาติของคานช่วงเดียวเป็นตัวแปรไร้หน่วยโดยจะใส่ค่าความถี่ธรรมชาติในโหมดที่หนึ่ง (ω_1) เป็นฐาน จะได้ค่าความถี่ธรรมชาติไร้หน่วยดังสมการ 3.33

$$f_n = \frac{\omega_n}{\omega_1} = \left(\frac{aL_n}{aL_1} \right)^2 \quad (3.33)$$

เช่น $f_1 = \frac{\omega_1}{\omega_1} = 1$, $f_2 = \frac{\omega_2}{\omega_1} = (2)^2$, $f_3 = \frac{\omega_3}{\omega_1} = (3)^2$ และ $f_4 = \frac{\omega_4}{\omega_1} = (4)^2$ เป็นต้น

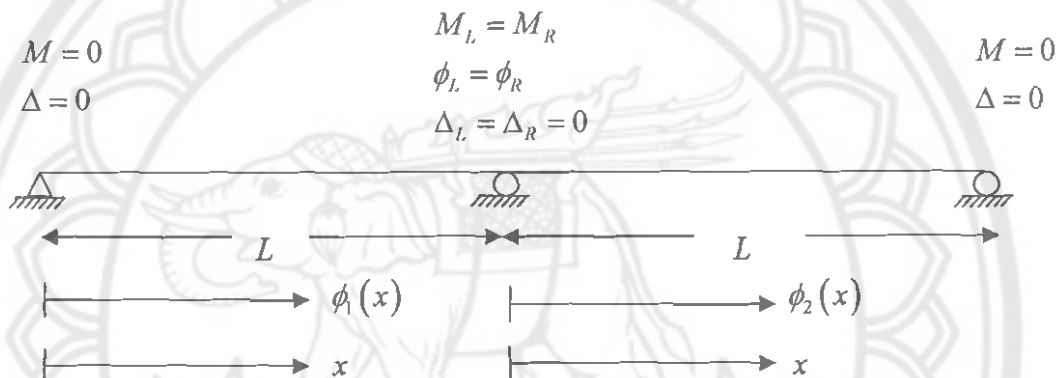
ความถี่ธรรมชาติในแต่ละโหมดจะแตกต่างกันไปดังภาพ 16 แสดงตัวอย่างรูปร่างโหมด 10 โหมดแรกของคานช่วงเดียว



ภาพ 16 แสดงตัวอย่างรูปร่างโหมด 10 โหมดแรกของคานช่วงเดียว

แบบจำลองคาน 2 ช่วง (2-span beam)

โดยพื้นฐานของแบบจำลองคาน 2 ช่วง (2-span beam) จะสามารถกำหนดขอบเขตเงื่อนไข (Boundary Conditions) ได้ทั้งหมด 8 เงื่อนไข คือ ไม่มีโมเมนต์ที่ปลายของคานทั้งสองข้างเนื่องจากเป็นฐานรองรับแบบโครงข้อหมุน (Hinge support) และแบบล้อเลื่อน (Roller support) ไม่มีการหลุดตัวที่ฐานรองรับทั้งทั้ง 3 ฐาน และที่ฐานรองรับกลางทั้งค่ามุมและโมเมนต์ทางซ้ายซ้ายและขวาจะมีค่าเท่ากันเนื่องจากความเป็นเนื้อเดียวกันของคาน (Homogenous) ดังกำหนดในภาพ 17



ภาพ 17 แสดงการกำหนดขอบเขตเงื่อนไข (Boundary Conditions) ในคาน 2 ช่วง (2-span beam)

เนื่องจากคานมี 2 ช่วง เมื่อพิจารณารูปร่างโหมดของคานทั่วไปในแต่ละช่วงคานโดยช่วงคานแรกจะมีความสัมพันธ์ดังสมการ 3.34 และช่วงคานหลังจะมีความสัมพันธ์ดังสมการ 3.35

$$\phi_1(x) = A_1 \sin \alpha_1 x + A_2 \cos \alpha_1 x + A_3 \sinh \alpha_1 x + A_4 \cosh \alpha_1 x \quad (3.34)$$

$$\phi_2(x) = A'_1 \sin \alpha_1 x + A'_2 \cos \alpha_1 x + A'_3 \sinh \alpha_1 x + A'_4 \cosh \alpha_1 x \quad (3.35)$$

จากสมการ 3.34 จะสามารถแสดงสมการอนุพันธ์อันดับ 1-4 ของรูปร่างโหมดในช่วงคานแรกได้ดังสมการ 3.36 ถึง สมการ 3.39

สมการอนุพันธ์อันดับ 1

$$\phi_1'(x) = a_1 (A_1 \cos a_1 x - A_2 \sin a_1 x + A_3 \cosh a_1 x + A_4 \sinh a_1 x) \quad (3.36)$$

สมการอนุพันธ์อันดับ 2

$$\phi_1''(x) = a_1^2 (-A_1 \sin a_1 x - A_2 \cos a_1 x + A_3 \sinh a_1 x + A_4 \cosh a_1 x) \quad (3.37)$$

สมการอนุพันธ์อันดับ 3

$$\phi_1'''(x) = a_1^3 (-A_1 \cos a_1 x + A_2 \sin a_1 x + A_3 \cosh a_1 x + A_4 \sinh a_1 x) \quad (3.38)$$

สมการอนุพันธ์อันดับ 4

$$\phi_1''''(x) = a_1^4 (A_1 \sin a_1 x + A_2 \cos a_1 x + A_3 \sinh a_1 x + A_4 \cosh a_1 x) \quad (3.39)$$

จากสมการ 3.35 จะสามารถแสดงสมการอนุพันธ์อันดับ 1-4 ของรูปร่างใหม่ได้ในช่วงคานหลังได้ดังสมการ 3.40 ถึง สมการ 3.43

สมการอนุพันธ์อันดับ 1

$$\phi_2'(x) = a_1 (A_1' \cos a_1 x - A_2' \sin a_1 x + A_3' \cosh a_1 x + A_4' \sinh a_1 x) \quad (3.40)$$

สมการอนุพันธ์อันดับ 2

$$\phi_2''(x) = a_1^2 (-A_1' \sin a_1 x - A_2' \cos a_1 x + A_3' \sinh a_1 x + A_4' \cosh a_1 x) \quad (3.41)$$

สมการอนุพันธ์อันดับ 3

$$\phi_2'''(x) = a_1^3 (-A_1' \cos a_1 x + A_2' \sin a_1 x + A_3' \cosh a_1 x + A_4' \sinh a_1 x) \quad (3.42)$$

สมการอนุพันธ์อันดับ 4

$$\phi_2''(x) = a_1^4 (A_1' \sin a_1 x + A_2' \cos a_1 x + A_3' \sinh a_1 x + A_4' \cosh a_1 x) \quad (3.43)$$

เมื่อเปรียบเทียบกับสมการ 3.34 และ สมการ 3.39 จะได้ว่าอนุพันธ์อันดับ 4 ของรูปร่างโหนดจะมีค่าดังสมการ 3.44

$$\frac{d^4 \phi_1(x)}{dx^4} = a_1^4 \phi_1(x) = 0 \quad (3.44)$$

โดยที่

$$a_1 = \left(\frac{m\omega^2}{EI} \right)^{\frac{1}{4}}$$

เมื่อพิจารณาขอบเขตเงื่อนไข (Boundary Conditions) ของคาน 2 ช่วงทั้ง 8 เงื่อนไขจะสามารถหาค่า A_1, A_2, A_3, A_4 และ A_1', A_2', A_3', A_4' ได้โดยแทนค่าในสมการ 3.26 และ สมการ 3.27 ดังที่แสดงในสมการ 3.45 ถึง สมการ 3.46 และสมการ 3.48 ถึง สมการ 3.53

ฐานรองรับซ้ายพิจารณาคานช่วงซ้ายที่ตำแหน่ง $x=0$ จะได้ว่า

ขอบเขตเงื่อนไข; ไม่เกิดการหลุดตัวที่ฐานรองรับ $\phi_1(0) = 0$;

$$A_2 + A_4 = 0 \quad (3.45)$$

ขอบเขตเงื่อนไข; ไม่เกิดโมเมนต์ที่ฐานรองรับ $\phi_1'(0) = 0$;

$$-A_2 + A_4 = 0 \quad (3.46)$$

จากสมการ 3.45 และ สมการ 3.46 จะได้ดังนี้

$$A_2 = A_4 = 0 \quad (3.47)$$

ฐานรองรับกลางพิจารณาคานช่วงซ้ายที่ตำแหน่ง $x = L$ เมื่อ $A_2 = A_4 = 0$ จะได้ว่า
ขอบเขตเงื่อนไข; ไม่เกิดการหลุดตัวที่ฐานรองรับ $\phi_1(L) = 0$;

$$A_1 \sin aL + A_3 \sinh aL = 0 \quad (3.48)$$

ฐานรองรับกลางพิจารณาคานช่วงขวาที่ตำแหน่ง $x = 0$ จะได้ว่า
ขอบเขตเงื่อนไข; ไม่เกิดการหลุดตัวที่ฐานรองรับ $\phi_2(0) = 0$;

$$A'_2 + A'_4 = 0 \quad (3.49)$$

ฐานรองรับกลางพิจารณาคานความสัมพันธ์ของคานช่วงซ้ายกับคานช่วงขวาจะได้ว่า
ขอบเขตเงื่อนไข; โมเมนต์ที่ตำแหน่งเดียวกันมีค่าเท่ากัน $\phi''_1(L) = \phi''_2(0)$;

$$-A_1 \sin a_1 L + A_3 \sinh a_1 L = -A'_2 + A'_4 \quad (3.50)$$

ขอบเขตเงื่อนไข; ค่ามุมที่ตำแหน่งเดียวกันมีความต่อเนื่องกัน $\phi'(L) = \phi'_2(0)$;

$$A_1 \cos a_1 L + A_3 \cosh a_1 L = A'_1 + A'_3 \quad (3.51)$$

ฐานรองรับขวาพิจารณาคานช่วงขวาที่ตำแหน่ง $x = L$ จะได้ว่า
ขอบเขตเงื่อนไข; ไม่เกิดการหลุดตัวที่ฐานรองรับ $\phi_2(L) = 0$;

$$A'_1 \sin a_1 L + A'_2 \cos a_1 L + A'_3 \sinh a_1 L + A'_4 \cosh a_1 L = 0 \quad (3.52)$$

ขอบเขตเงื่อนไข; ไม่เกิดโมเมนต์ที่ฐานรองรับ $\phi''_2(L) = 0$;

$$-A'_1 \sin a_1 L - A'_2 \cos a_1 L + A'_3 \sinh a_1 L + A'_4 \cosh a_1 L = 0 \quad (3.53)$$

จากสมการ 3.48 จะได้ดังนี้

$$A_3 = -A_1 \frac{\sin aL}{\sinh aL} \quad (3.54)$$

จากสมการ 3.49 จะได้ดังนี้

$$A'_4 = -A'_2 \quad (3.55)$$

นำสมการ 3.52 บวก สมการ 3.53 จะได้ดังนี้

$$A'_3 = -A'_4 \coth aL \quad (3.56)$$

นำสมการ 3.52 ลบ สมการ 3.53 จะได้ดังนี้

$$A'_1 \sin aL = -A'_2 \cos aL \quad (3.57)$$

หาก $\sin aL = 0$ จะไม่สามารถพิสูจน์ได้

นำสมการ 3.54 และ สมการ 3.55 แทนค่าในสมการ 3.50 จะได้ดังนี้

$$A_1 \sin aL = A'_2 \quad (3.58)$$

นำสมการ 3.54 และ 3.56 แทนค่าในสมการ 3.51 จะได้ดังนี้

$$A_1 \cos aL - A_1 \sin aL \coth aL = A'_1 + A'_2 \coth aL \quad (3.59)$$

พิจารณาสมการ 3.58 สมการ 3.57 และ สมการ 3.59 ในรูปสมการเมตริกซ์

$$\begin{bmatrix} \sin aL & 0 & -1 \\ 0 & \sin aL & \cos aL \\ \cos aL - \sin aL \coth aL & -1 & -\coth aL \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A'_1 \\ A'_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (3.60)$$

หาดีเทอร์มิแนนท์จากสมการ 3.60 จะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \sin aL (\cos aL - \sin aL \coth aL) + \sin aL (\cos aL - \sin aL \coth aL) &= 0 \\ \sin aL (2 \cos aL - 2 \sin aL \coth aL) &= 0 \\ \sin aL (\cos aL - \sin aL \coth aL) &= 0 \end{aligned} \quad (3.61)$$

จากสมการ 3.61 จะเห็นได้ว่ารูปร่างโหมด (mode shape) ของคาน 2 ช่วงจะประกอบด้วยฟังก์ชันของไซน์-คอส (sine - cos function) และฟังก์ชันของไฮเพอร์โบลิกคอต (coth function) โดยค่าความถี่ธรรมชาติในแต่ละรูปร่างโหมดจะมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$\omega_n = (aL_n)^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (3.62)$$

โดย aL ประกอบด้วย โหมดคือ $n\pi$ ซึ่งมีรูปร่างโหมดแบบกึ่งสมมาตร (antisymmetric mode) และ โหมดคือ $(n + \frac{1}{4})\pi$ ซึ่งมีรูปร่างโหมดแบบสมมาตร (symetric mode)

ซึ่งรูปร่างโหมด 10 โหมดแรก แสดงดังต่อไปนี้

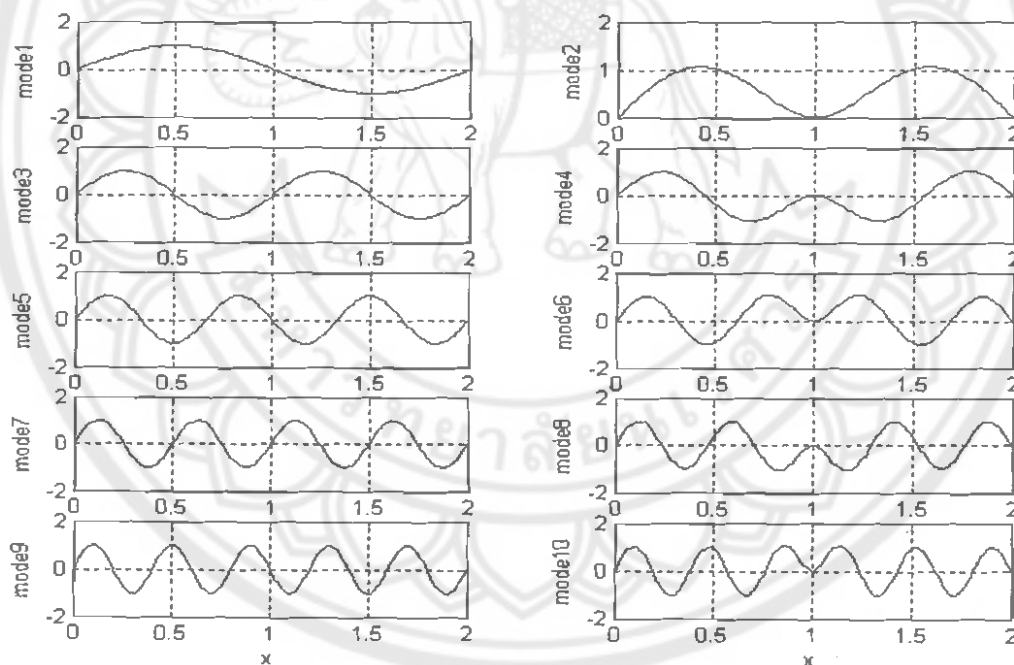
ลำดับโหมดที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ค่า aL_n	π	$\frac{5}{4}\pi$	2π	$\frac{9}{4}\pi$	3π	$\frac{13}{4}\pi$	4π	$\frac{17}{4}\pi$	5π	$\frac{21}{4}\pi$

ในกรณีแปลงค่าความถี่ธรรมชาติของคาน 2 ช่วงเป็นตัวแปรไร้หน่วยโดยจะใช้ ω_1 ซึ่งเป็นค่าความถี่ธรรมชาติในโหมดแรกเป็นฐาน จะได้ค่าความถี่ธรรมชาติไร้หน่วยดังสมการ 3.63

$$f_n = \frac{\omega_n}{\omega_1} = \left(\frac{aL_n}{aL_1} \right)^2 \quad (3.63)$$

เช่น $f_1 = \frac{\omega_1}{\omega_1} = 1$, $f_2 = \frac{\omega_2}{\omega_1} = (5/4)^2$, $f_3 = \frac{\omega_3}{\omega_1} = (2)^2$ และ $f_4 = \frac{\omega_4}{\omega_1} = (9/4)^2$ เป็นต้น

ความถี่ธรรมชาติในแต่ละโหมดจะแตกต่างกันไปดังภาพ 18 แสดงตัวอย่างรูปร่างโหมด 10 โหมดแรกของคาน 2 ช่วง



ภาพ 18 แสดงตัวอย่างรูปร่างโหมด 10 โหมดแรกของคาน 2 ช่วง

แบบจำลองระบบของยานพาหนะ

ซึ่งกรณีการศึกษา มี 4 กรณีดังนี้

แบบจำลองระบบของยานพาหนะ MODEL 1



ภาพ 19 แสดงแบบจำลองและ Free Body Diagram ของยานพาหนะ MODEL 1

จากภาพ 19 Free Body Diagram ส่วนของยานพาหนะขึ้นบนจะได้ดังนี้

$$M\ddot{V}_v(t) + k(V_v - V_b(x,t) - h(x)) = 0 \quad (3.64)$$

จากภาพ 19 Free Body Diagram ส่วนของโครงสร้างสะพานขึ้นล่างจะได้ดังนี้

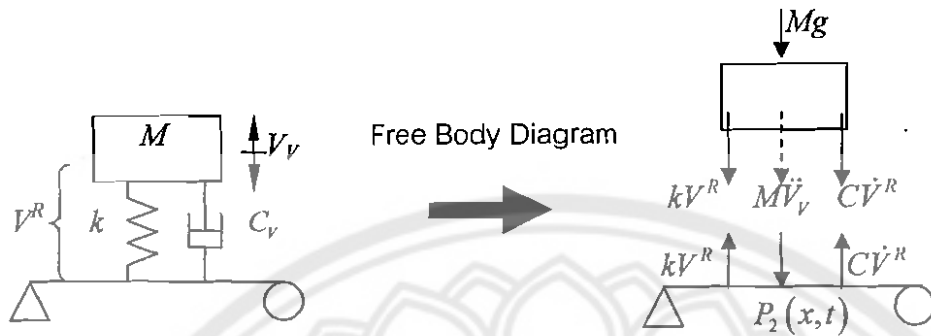
$$\ddot{y}(t) + 2\zeta\omega\dot{y}(t) + \omega^2 y(t) - kV_v + kV_b = -kh - Mg \quad (3.65)$$

โดยที่ V_b คือ $y_1\phi_1 + y_2\phi_2 + \dots + y_n\phi_n$

จัดรูปให้อยู่ในเทอมของเวกเตอร์สถานะ (State space) ดังสมการ 3.7 จะได้ดังนี้

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + K(t)X(t) = F(t) \Rightarrow \dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)W(t) + C(t), X(0)$$

แบบจำลองระบบของยานพาหนะ MODEL 2



ภาพ 20 แสดงแบบจำลองและ Free Body Diagram ของยานพาหนะ MODEL 2

จากภาพ 20 Free Body Diagram ส่วนของยานพาหนะที่ขึ้นบนจะได้ดังนี้

$$M\ddot{V}_v(t) + C(\dot{V}_v - \dot{V}_b(x,t) - \dot{h}(x)) + k(V_v - V_b(x,t) - h(x)) = 0 \quad (3.66)$$

จากภาพ 20 Free Body Diagram ส่วนของโครงสร้างสะพานที่ขึ้นล่างจะได้ดังนี้

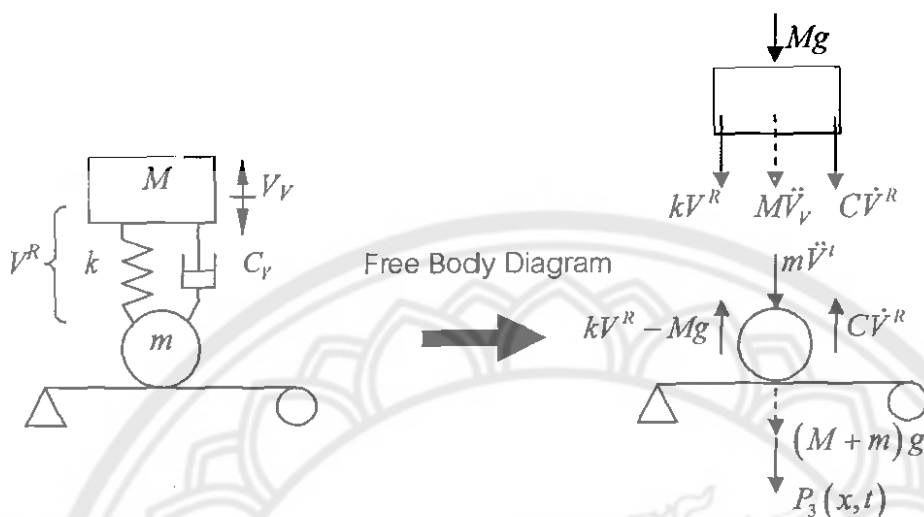
$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega\dot{y}(t) + \omega^2 y(t) - C\dot{V}_v + C\dot{V}_b - kV_v + kV_b = -C\dot{h} - kh - Mg \quad (3.67)$$

โดยที่ \dot{V}_b คือ $y_1\phi'_1 + \dot{y}_1\phi_1 + y_2\phi'_2 + \dot{y}_2\phi_2 + \dots + y_n\phi'_n + \dot{y}_n\phi_n$

จัดรูปให้อยู่ในเทอมของเสตทสเปซ (State space) ดังสมการ 3.7 จะได้ดังนี้

$$M\ddot{X}(t) + C(t)\dot{X}(t) + K(t)X(t) = F(t) \Rightarrow \dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)W(t) + C(t), X(0)$$

แบบจำลองระบบของยานพาหนะ MODEL 3



ภาพ 21 แสดงแบบจำลองและ Free Body Diagram ของยานพาหนะ MODEL 3

จากภาพ 21 Free Body Diagram ส่วนของยานพาหนะชั้นบนจะได้ดังนี้

$$M\ddot{V}_v(t) + C(\dot{V}_v - \dot{V}_b(x,t) - \dot{h}(x)) + k(V_v - V_b(x,t) - h(x)) = 0 \quad (3.68)$$

จากภาพ 21 Free Body Diagram ส่วนของโครงสร้างสะพานชั้นล่างจะได้ดังนี้

$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega\dot{y}(t) + \omega^2 y(t) + m\ddot{V}_b - C\dot{V}_v + C\dot{V}_b - kV_v + kV_b = -m\ddot{h} - C\dot{h} - kh - Mg \quad (3.69)$$

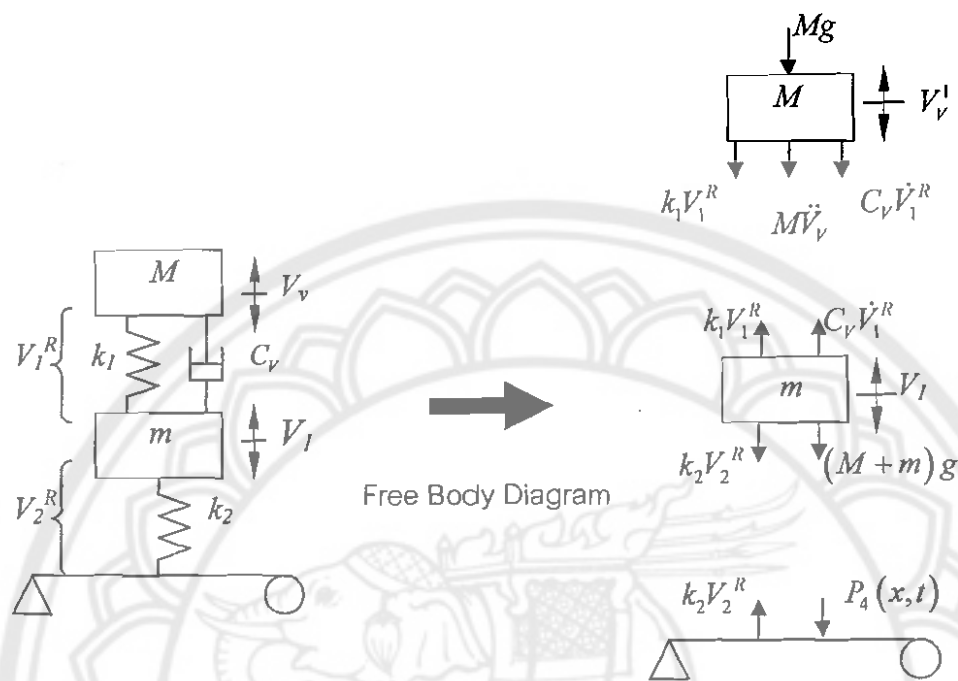
จัดรูปให้อยู่ในเทอมของเสตทสเปซ (State space) ดังสมการ 3.7 จะได้ดังนี้

$$M(t)\ddot{X}(t) + C(t)\dot{X}(t) + K(t)X(t) = F(t) \Rightarrow \dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)W(t) + C(t), X(0)$$

โดยเมื่อพิจารณาจะเห็นได้ว่าเนื่องจาก $M(t)$ เป็นเมตริกซึ่งค่า $\frac{-C(t)}{M(t)}$, $\frac{-K(t)}{M(t)}$ และ $\frac{F(t)}{M(t)}$

มีความยุ่งยากในการคำนวณดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงไม่นำแบบจำลอง MODEL 3 มาใช้วิเคราะห์

แบบจำลองระบบของยานพาหนะ MODEL 4



ภาพ 22 แสดงแบบจำลองและ Free Body Diagram ของยานพาหนะ MODEL 4

จากภาพ 22 Free Body Diagram ส่วนของยานพาหนะขึ้นบนจะได้ดังนี้

$$k_1(V_v - V_1) + C_v(\dot{V}_v - \dot{V}_1) + M\ddot{V}_v = 0 \quad (3.70)$$

จากภาพ 22 Free Body Diagram ส่วนของยานพาหนะขึ้นกลางจะได้ดังนี้

$$m\ddot{V}_1 - C_v\dot{V}_v + C_v\dot{V}_1 - k_1V_v + k_1V_1 + k_2V_1 - k_2V_b(x_1, t) - k_2h(x_1, t) = 0 \quad (3.71)$$

จากภาพ 22 Free Body Diagram ส่วนของโครงสร้างสะพานขึ้นกลางจะได้ดังนี้

$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega\dot{y}(t) + \omega^2y(t) - k_2V_1 + k_2V_b = -k_2h - (M + m)g \quad (3.72)$$

จัดรูปให้อยู่ในเทอมของสเปซสถานะ (State space) ดังสมการ 3.7 จะได้ดังนี้

$$M\ddot{X}(t) + C(t)\dot{X}(t) + K(t)X(t) = F(t) \Rightarrow \dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)W(t) + C(t), X(0)$$

การคำนวณหาค่าเฉลี่ย Root-Mean-Square, RMS

ค่าเฉลี่ย *RMS* ประกอบด้วยค่าเฉลี่ยหรือค่าความคาดหวัง (Mean or Expected) และค่าความแปรปรวน (Covariance) โดยหากทราบค่าทางสถิติของข้อมูลค่าเฉลี่ย *RMS* จะมีค่าดังนี้

$$RMS = \sqrt{E^2[x] + VAR[x]} \quad (3.73)$$

โดย $E[x]$ คือ ค่าเฉลี่ยของ x หรือค่าที่คาดหวังของ x (mean or expect value of x),
 $VAR[x]$ คือ ค่าความแปรปรวนของ x (variance of x)

การคำนวณหาผลตอบสนองทางโครงสร้างจากสมการของระบบยานพาหนะโครงสร้างในสเปซสถานะ

ระยะโก่งตัวของสะพานที่ตำแหน่งใดๆ, $V(x, t)$ หาค่าได้จากสมการที่ 3.1

$$V(x, t) = \sum_{i=1}^n y_i(t) \phi_i(x)$$

โดยที่ $\phi_i(x)$ คือ i^{th} mode shape,
 $y_i(t)$ คือ i^{th} modal coordinate

โมเมนต์ของคานที่ตำแหน่งใดๆ, $M(x, t)$ หาได้จากเทอมอนุพันธ์อันดับสองโดยระยะทางได้สมการดังนี้

$$M(x, t) = EI \sum_{i=1}^n y_i(t) \phi_i''(x) \quad (3.74)$$

แรงเฉือนของคานที่ตำแหน่งใดๆ, $S(x,t)$ หาได้จากทอมอนูพันธ์อันดับสามโดยระยะทางได้สมการดังนี้

$$S(x,t) = EI \sum_{i=1}^n y_i(t) \phi_i'''(x) \quad (3.75)$$

ความเร็วทางแนวตั้งของโครงสร้างที่ตำแหน่งใดๆ, $\dot{V}(x,t)$ หาได้จากทอมอนูพันธ์อันดับหนึ่งโดยระยะเวลาได้สมการดังนี้

$$\dot{V}(x,t) = \sum_{i=1}^n \dot{y}_i(t) \phi_i(x) \quad (3.76)$$

ความเร่งทางแนวตั้งของโครงสร้างที่ตำแหน่งใดๆ, $\ddot{V}(x,t)$ หาได้จากทอมอนูพันธ์อันดับสองโดยระยะเวลาได้สมการดังนี้

$$\ddot{V}(x,t) = \sum_{i=1}^n \ddot{y}_i(t) \phi_i(x) \quad (3.77)$$

โดยค่าระยะการกระจัดทางแนวตั้ง โมเมนต์ แรงเฉือน ที่ตำแหน่งใดๆของคานที่ได้จะเป็นคำตอบสนองทางพลวัตซึ่งสามารถนำไปวิเคราะห์เปรียบเทียบกับเส้นอิทธิพลซึ่งเป็นคำตอบสนองทางสถิตเพื่อวิเคราะห์ถึงความแตกต่างที่เกิดขึ้นได้

เส้นอิทธิพล คือ กราฟที่แสดงค่าพฤติกรรมตอบสนองของโครงสร้าง (เช่น แรงปฏิกิริยา แรงตามแนวแกน แรงเฉือน โมเมนต์ดัด และ การโก่งตัว) โดยแสดงเป็น ฟังก์ชันตำแหน่งของแรงหนึ่งหน่วยที่เคลื่อนที่บนโครงสร้างโดยเป็นการวิเคราะห์ทางสถิต

กำหนดค่าตัวแปร

ในกรณีค่าความเร็วคงที่จะแบ่งพิจารณาดังนี้

ค่าความเร็ว (Velocity) = 100, 160, 250 และ 350 กม./ชม. สำหรับช่วงความเร็วคงที่

ในกรณีมีความเร่งของยานพาหนะ กำหนดค่าความเร็วต้น 100 กม./ชม.

ค่าความเร่ง (Acceleration) = 0, 3, 6 และ 9 เมตร/วินาที² สำหรับช่วงเพิ่มความเร็ว

ในกรณีที่มีการเบรกของยานพาหนะ กำหนดค่าความเร็วต้น 200 กม./ชม.

ค่าความหน่วง (Deceleration) = 0, 5, 10 และ 15 เมตร/วินาที² สำหรับช่วงลดความเร็ว

สำหรับสะพานที่มีความยาว 20 เมตรและมีความถี่พื้นฐาน 7 เฮิรตซ์ (หรือ 42 รอบ/วินาที)

กำหนดค่าตัวแปรกรณี MODEL 1

$$f_k = 0.05, f_g = 0.01$$

ค่า f_k และ f_g ถูกคำนวณจากข้อมูล ค่าคงที่สปริง ตัวหน่วง และแรงโน้มถ่วงโลกจากระบบ suspension ยานพาหนะ อัตราส่วนของมวลห้องโดยสารของยานพาหนะต่อมวลสะพาน $\mu = 0.2$, ความหน่วงของโครงสร้าง $\xi = 0.01$, $\Delta_c / L = 2.50$, $S_0 / L^3 = 0.0625 \times 10^{-6}$ (PSD C), 0.25×10^{-6} (PSD B) และ 1.25×10^{-6} (PSD A)

กำหนดค่าตัวแปรกรณี MODEL 2

$$f_k = 0.05, f_c = 0.02, f_g = 0.01$$

ค่า f_k , f_c และ f_g ถูกคำนวณจากข้อมูล ค่าคงที่สปริง ตัวหน่วง และแรงโน้มถ่วงโลกจากระบบ suspension ยานพาหนะ อัตราส่วนของมวลห้องโดยสารของยานพาหนะต่อมวลสะพาน $\mu = 0.2$, ความหน่วงของโครงสร้าง $\xi = 0.01$, $\Delta_c / L = 2.50$, $S_0 / L^3 = 0.0625 \times 10^{-6}$ (PSD C), 0.25×10^{-6} (PSD B) และ 1.25×10^{-6} (PSD A)

กำหนดค่าตัวแปรกรณี MODEL 4

$$f_k = 0.05, f_{k_2} = 0.2, f_c = 0.02, f_g = 0.01$$

ค่า f_k , f_{k_2} , f_c และ f_g ถูกคำนวณจากข้อมูล ค่าคงที่สปริง ตัวหน่วง และแรงโน้มถ่วงโลกจากระบบ suspension ยานพาหนะ อัตราส่วนของมวลห้องโดยสารของยานพาหนะต่อมวลสะพาน $\mu = 0.2$, อัตราส่วนของมวลของระบบเพลลาของยานพาหนะต่อมวลสะพาน $\eta = 0.02$,

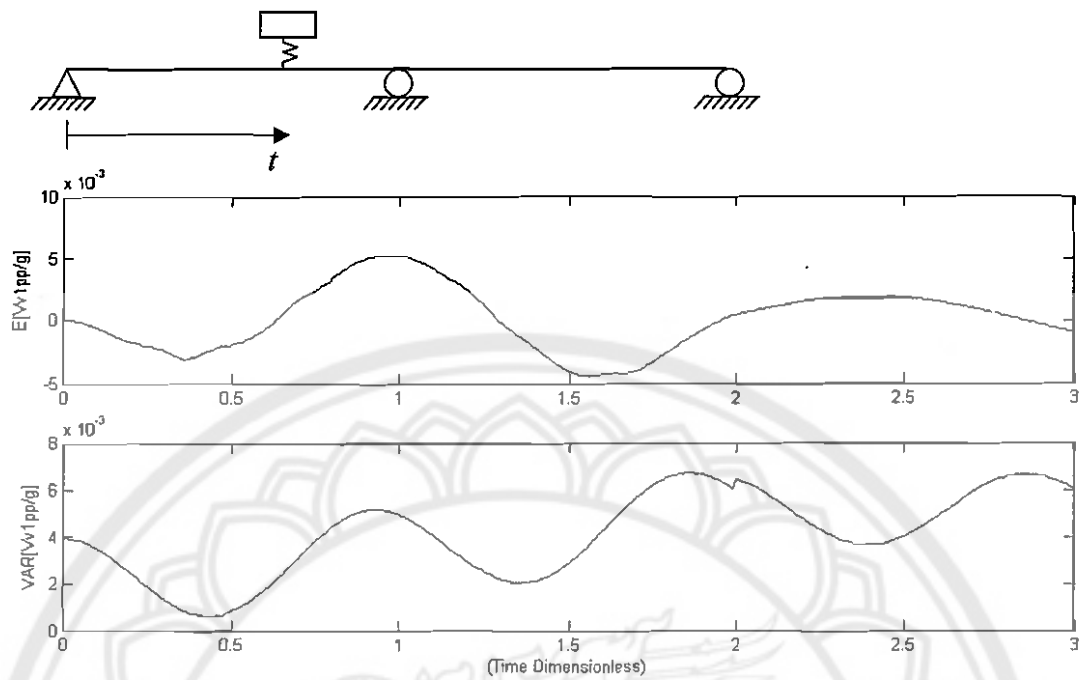
ความหน่วงของโครงสร้าง $\zeta = 0.01$, $\Delta_c / L = 2.50$, $S_0 / L^3 = 0.0625 \times 10^{-6}$ (PSD C), 0.25×10^{-6} (PSD B) และ 1.25×10^{-6} (PSD A)

การนำเสนอผลตอบสนองของระบบ

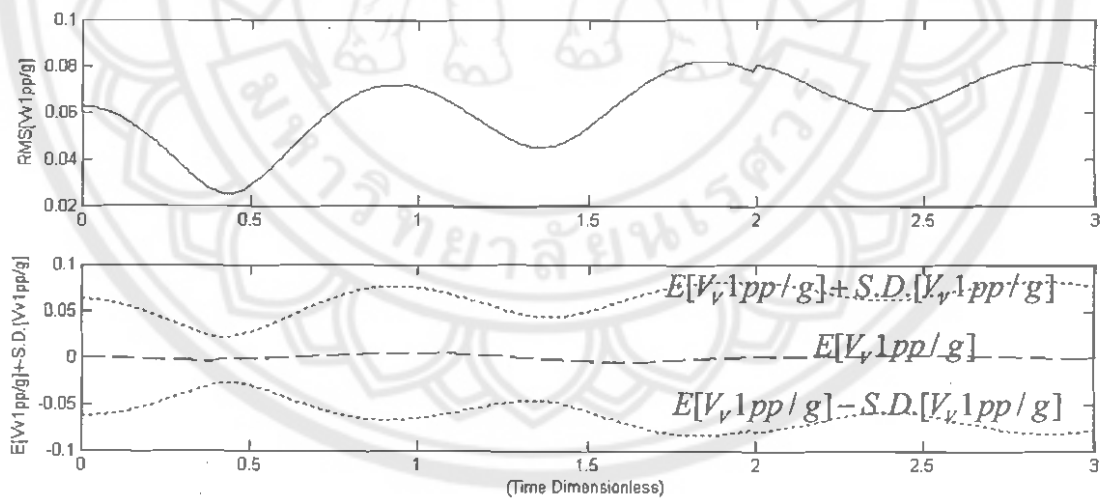
ผลตอบสนองของระบบประกอบด้วยค่าเฉลี่ย และค่าความแปรปรวน ซึ่งสามารถคำนวณได้โดยวิธีเชิงตัวเลขด้วยโปรแกรม MATLAB การวิเคราะห์ผลตอบสนองของระบบในงานวิจัยนี้อาจแบ่งออกได้เป็น 2 ส่วนใหญ่ คือ ผลตอบสนองทางยานพาหนะ และ ผลตอบสนองทางโครงสร้าง

ผลตอบสนองของยานพาหนะ

ผลตอบสนองของยานพาหนะเป็นผลที่เกิดขึ้นกับยานพาหนะโดยตรงซึ่งจะประกอบด้วยค่าเฉลี่ย หรือ ค่าความคาดหวัง (Mean or Expected value) และ ค่าความแปรปรวน (Variance) ดังแสดงตัวอย่าง แสดงให้เห็นค่าเฉลี่ย และ ค่าความแปรปรวนผลตอบสนองของยานพาหนะ MODEL 1 เคลื่อนที่ผ่านสะพาน 2 ช่วงด้วยความเร็วคงที่ $V = 100$ กม./ชม. ที่ความขรุขระ PSD A โดยแกน X คือ ระยะเวลาที่ยานพาหนะใช้เคลื่อนที่ไปตามตำแหน่งของสะพานซึ่งจะแสดงอยู่ในเทอมของตัวแปรไร้หน่วย (Time Dimensionless) และแกน Y ค่า $E[Vv1pp/g]$ แสดงค่าเฉลี่ยของความเร่งยานพาหนะตามแนวแกนตั้ง และค่า $VAR[Vv1pp/g]$ แสดงค่าความแปรปรวนของความเร่งตามแนวแกนตั้งของยานพาหนะซึ่งเป็นผลเนื่องจากความขรุขระของพื้นผิว ดังแสดงในภาพ 23 และเมื่อนำค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนที่คำนวณได้มาทำการคำนวณทางสถิติจะได้ค่าเฉลี่ย RMS และค่าเฉลี่ยบวกค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation, S.D.) ดังในภาพ 24 ในงานวิจัยนี้จะแสดงถึงผลตอบสนองของยานพาหนะในเรื่องความเร่งทางแนวตั้ง ซึ่งเป็นค่าบ่งชี้ความรู้สึกสะดวกสบายของผู้สัญจรโดยไปวิเคราะห์เปรียบเทียบกับค่ามาตรฐาน ISO 2631 ต่อไป



ภาพ 23 แสดง time history ของค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนผลตอบสนองของยานพาหนะ MODEL 1 เคลื่อนที่ผ่านสะพาน 2 ช่วงด้วยความเร็วคงที่ $V = 100$ กม./ชม. ที่ความขรุขระ PSD A



ภาพ 24 แสดง time history ของค่าเฉลี่ย RMS และ ค่าเฉลี่ยบวกลบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานผลตอบสนองของยานพาหนะ MODEL 1 เคลื่อนที่ผ่านสะพาน 2 ช่วงด้วยความเร็วคงที่ $V = 100$ กม./ชม. ที่ความขรุขระ PSD A

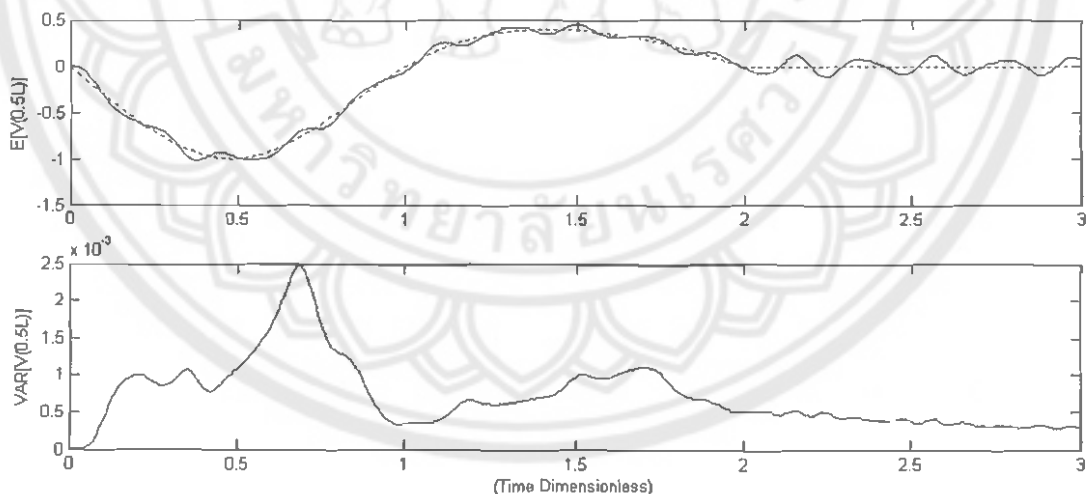
โดยทั่วไปผลตอบสนองของยานพาหนะที่สนใจคือความเร่งในห้องโดยสาร ซึ่งสามารถบ่งบอกความรู้สึกของผู้ใช้และโดยสารยานพาหนะตามค่ามาตรฐาน ISO 2631 แสดงในตาราง 1 โดยนำมาเป็นมาตรฐานในการเปรียบเทียบกับค่าเฉลี่ย RMS และค่าเฉลี่ยบวกลบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานผลตอบสนองของยานพาหนะ

ตาราง 1 แสดงค่าอัตราเร่งสูงสุดที่มีผลต่อความรู้สึกของผู้ใช้ยานพาหนะตามมาตรฐาน ISO 2631

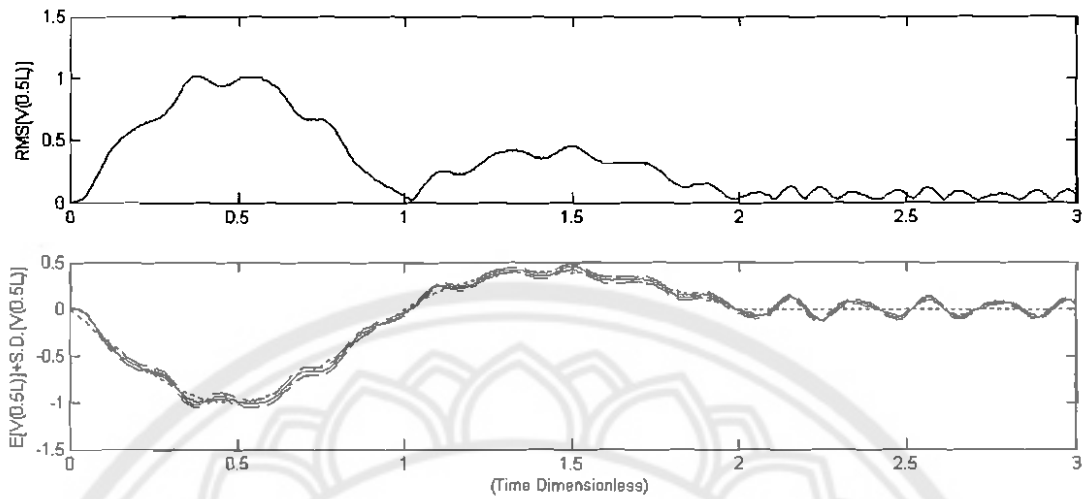
อัตราเร่งสูงสุด	ความรู้สึกของผู้ใช้ยานพาหนะ
< 0.032 g	สะดวกสบาย
0.032 g ถึง 0.064 g	ไม่สะดวกสบายบ้าง เล็กน้อย
0.051 g ถึง 0.102 g	เกือบจะไม่สะดวกสบาย
0.082 g ถึง 0.160 g	ไม่สะดวกสบาย
0.127 g ถึง 0.225 g	ไม่สะดวกสบายมาก
> 0.200 g	ไม่สะดวกสบายที่สุด

ผลตอบสนองของโครงสร้าง

ผลตอบสนองทางโครงสร้างที่ได้จากงานวิจัยนี้จะพิจารณาในรูปของ DAF (Dynamic Amplification Factor) โดยสามารถนำไปเปรียบเทียบหาความแตกต่างกับเส้นอิทธิพลในเงื่อนไขเดียวกันซึ่งเป็นค่าทางสถิติ ผลตอบสนองของโครงสร้างที่สนใจนำมาวิเคราะห์ในงานวิจัยมีดังนี้คือ -ค่า DAF ของการโก่งตัวของสะพานที่ตำแหน่งกึ่งกลางคาน $V(0.5L, t)$ เพื่อหาค่าการโก่งตัวสูงสุดที่ตำแหน่งกึ่งกลางคานที่เกิดขึ้นในโครงสร้าง โดยการโก่งตัวของสะพานที่ตำแหน่งกึ่งกลางคานเมื่อยานพาหนะ MODEL 1 เคลื่อนที่ผ่านสะพาน 2 ช่วงด้วยความเร็วคงที่ $V = 100$ กม./ชม. ที่ความขรุขระ PSD A จะได้ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของ DAF ของระยะโก่งตัวที่กึ่งกลางสะพาน โดยในส่วนของค่าเฉลี่ยนั้นจะสอดคล้องกับเส้นอิทธิพลของการโก่งตัวของสะพานที่ตำแหน่งกึ่งกลางคานโดยค่า DAF จะมีค่ามากกว่าเล็กน้อยดังแสดงในภาพ 25 และจากการคำนวณทางสถิติสามารถหาค่าเฉลี่ย RMS และค่าเฉลี่ยบวกลบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ DAF โดยจะเห็นว่าระหว่างค่าบวกและลบนั้นจะมีช่องว่างอยู่ซึ่งแสดงถึงช่วงของความเป็นไปได้ของข้อมูลที่จะเกิดขึ้นเนื่องจากค่าความแปรปรวนของข้อมูลดังแสดงในภาพ 26

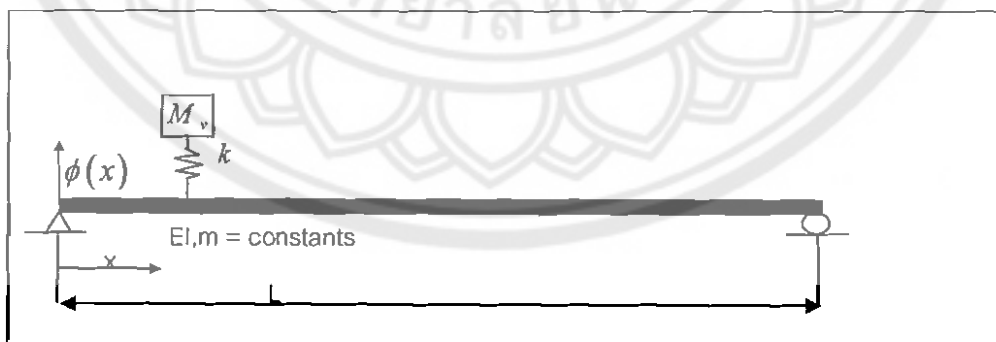


ภาพ 25 แสดง time history ของค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของระยะโก่งที่ตำแหน่งกึ่งกลางคานเมื่อยานพาหนะ MODEL 1 เคลื่อนที่ผ่านสะพาน 2 ช่วงด้วยความเร็วคงที่ $V = 100$ กม./ชม. ที่ความขรุขระ PSD A (—, DAF; - - - - , เส้นอิทธิพล)

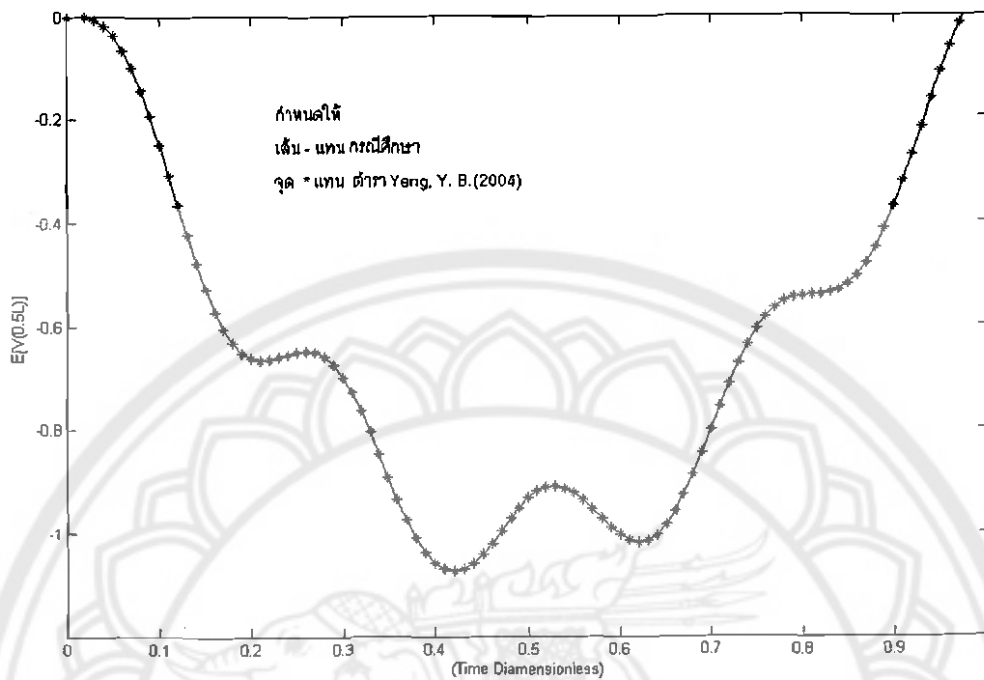


ภาพ 26 แสดง time history ของค่าเฉลี่ย RMS และ ค่าเฉลี่ยบวกลบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ ระยะโค้งที่ตำแหน่งกึ่งกลาง เมื่อยานพาหนะ MODEL 1 เคลื่อนที่ผ่านสะพาน 2 ช่วง ที่ความขรุขระ PSD A ด้วยความเร็วคงที่ $V = 100$ กม./ชม.

ผลตอบสนองที่ได้จากการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์การเคลื่อนที่ด้วยโปรแกรม MATLAB ทำการเปรียบเทียบกับตำราวิชาการเรื่อง Introduction to Structural Dynamic (Biggs, J. M., 1964) และ ตำราวิชาการเรื่อง Vehicle-Bridge Interaction Dynamics (Yang, Y. B., Yau, J. D., & Wu, Y. S., 2004) ในรูปแบบสมการการเคลื่อนที่ของยานพาหนะ ลำดับชั้นความเป็นอิสระหนึ่ง แบบสปริงเชิงเส้นบนพื้นผิวคานช่วงเดียว ดังภาพ 28



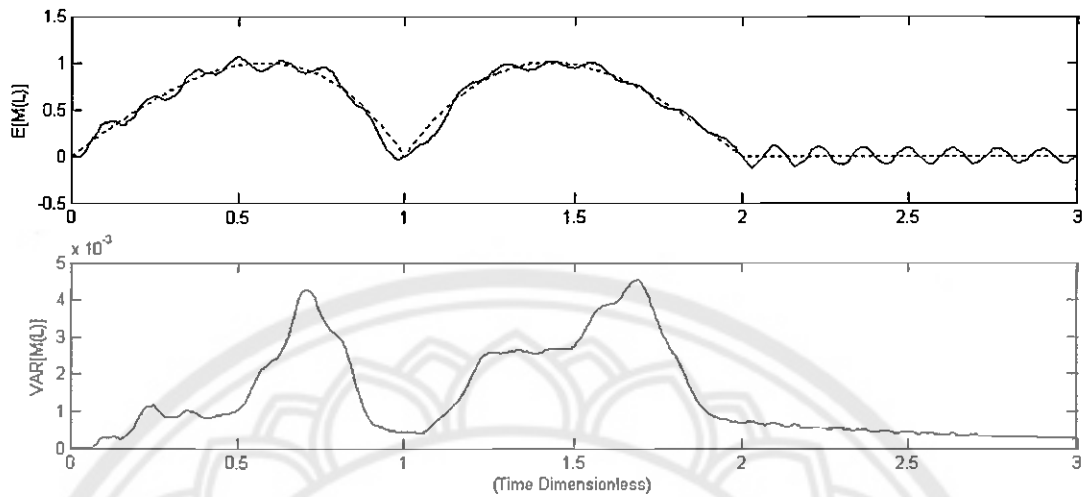
ภาพ 27 แสดงยานพาหนะ ระบบลำดับชั้นความเป็นอิสระหนึ่ง MODEL 1 บนพื้นผิวคานช่วงเดียว



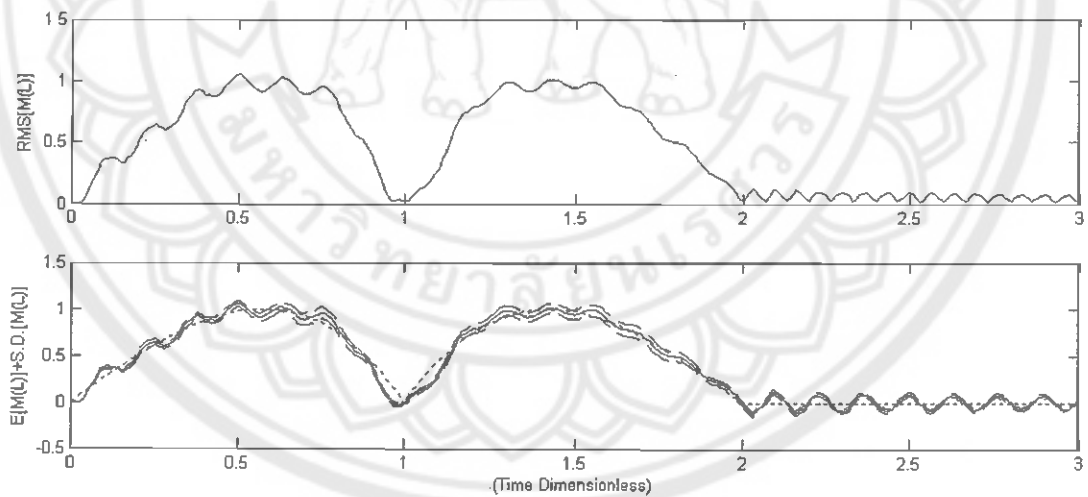
ภาพ 28 แสดงค่าเฉลี่ยของระยะโก่งกึ่งกลางคานเทียบกับตำรา Yang, Y.B. (2004)

ผลการคำนวณ ดังภาพ แสดงว่า ค่าระยะโก่งกึ่งกลางคานใกล้เคียงกับตำราของ Biggs, J. M. และ Yang, Y. B., Yau, J. D., & Wu, Y. S. เพียงแต่มีความแตกต่างตรงที่รูปแบบของงานวิจัย จัดลำดับตัวแปรเป็นแบบไร้หน่วย

- โมเมนต์ที่ตำแหน่งปลายสุดคาน $M(1L, t)$ จะพิจารณาเฉพาะเป็นกรณีคาน 2 ช่วงเท่านั้น เนื่องจากในคานช่วงเดียวในค่าทางสถิติเส้นอิทธิพลของโมเมนต์ที่ 1L จะมีค่าเป็นศูนย์ โดยโมเมนต์ที่ตำแหน่งปลายสุดคานเมื่อยานพาหนะ MODEL 1 เคลื่อนที่ผ่านสะพาน 2 ช่วงด้วยความเร็วคงที่ $V = 100$ กม./ชม. ที่ความชุกจร PSD A จะได้ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของ DAF ของโมเมนต์โดยในส่วนของค่าเฉลี่ยนั้นจะสอดคล้องกับเส้นอิทธิพลของโมเมนต์ที่ตำแหน่งปลายคานเช่นกันโดยค่า DAF จะมีค่ามากกว่าเล็กน้อยดังแสดงในภาพ 29 จากการคำนวณทางสถิติสามารถหาค่าเฉลี่ย RMS และค่าเฉลี่ยบวกลบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ DAF ดังแสดงในภาพ 30

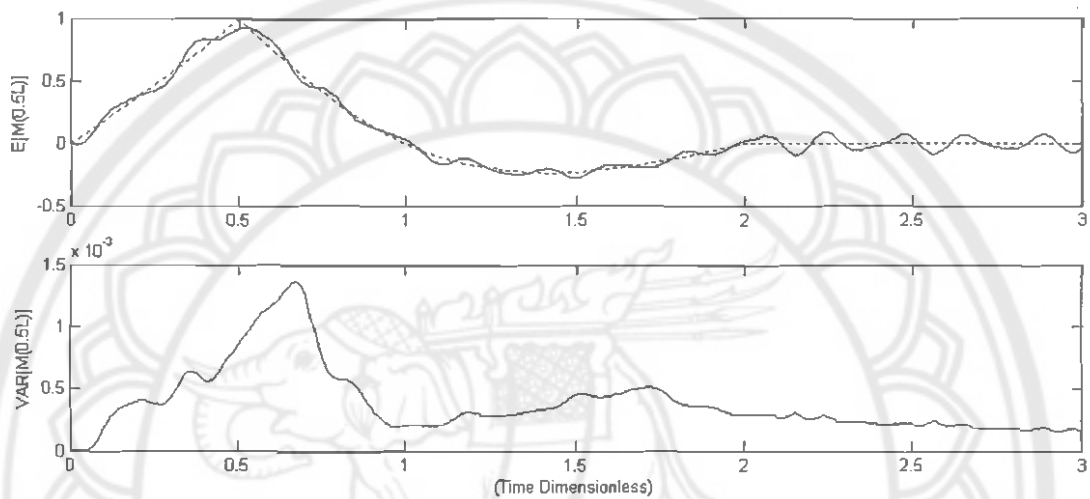


ภาพ 29 แสดง time history ของค่าเฉลี่ย และ ค่าความแปรปรวนของโมเมนต์ที่ตำแหน่ง 1L เมื่อยานพาหนะ MODEL 1 เคลื่อนที่ผ่านสะพาน 2 ช่วงด้วยความเร็วคงที่ $V = 100$ กม./ชม. ที่ PSD A (—, DAF; , เส้นอิทธิพล)

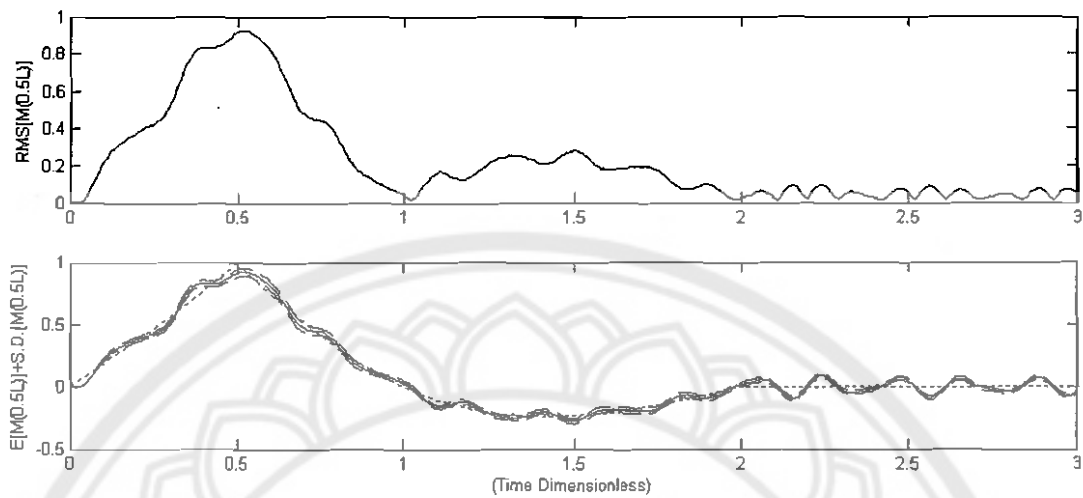


ภาพ 30 แสดง time history ของค่าเฉลี่ย RMS และค่าเฉลี่ยบวกกับค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของโมเมนต์ที่ตำแหน่ง 1L เมื่อยานพาหนะ MODEL 1 เคลื่อนที่ผ่านสะพาน 2 ช่วง ที่ความชุกชระ PSD A ด้วยความเร็วคงที่ $V = 100$ กม./ชม.

-โมเมนต์ที่ตำแหน่งกึ่งกลางคาน $M(0.5L, t)$ ดังตัวอย่างจะเห็นได้ว่าค่าเฉลี่ยของ DAF ของโมเมนต์จะสอดคล้องกับเส้นอิทธิพลของโมเมนต์ที่ตำแหน่งกึ่งกลางคานเช่นกันดังแสดงในภาพ 31 และจากการคำนวณทางสถิติสามารถหาค่าเฉลี่ย RMS และค่าเฉลี่ยบวกลบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ DAF ดังแสดงในภาพ 32

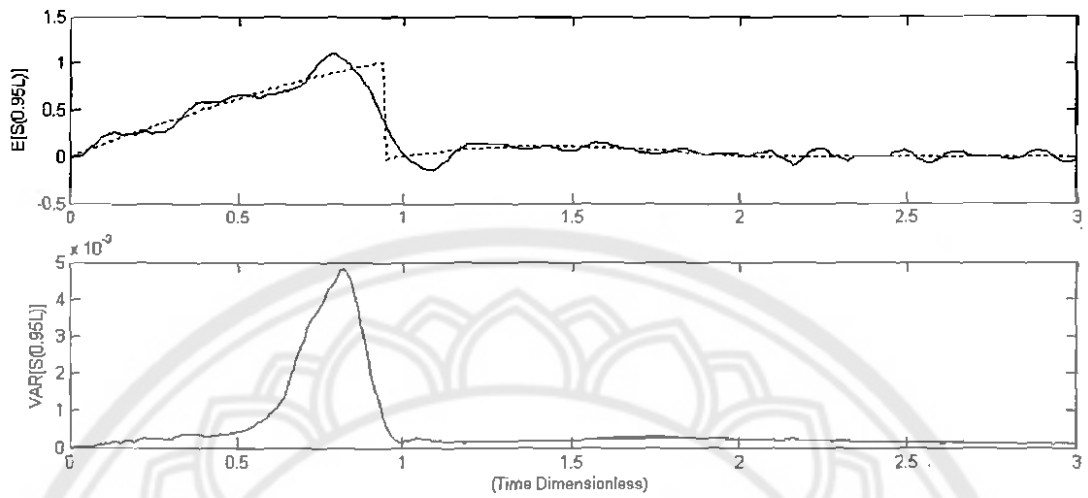


ภาพ 31 แสดง time history ของค่าเฉลี่ย และ ค่าความแปรปรวนของโมเมนต์ที่ตำแหน่ง 0.5L เมื่อยานพาหนะ MODEL 1 เคลื่อนที่ผ่านสะพาน 2 ช่วงด้วยความเร็วคงที่ $V = 100$ กม./ชม. ที่ PSD A (—, DAF; - - - , เส้นอิทธิพล)

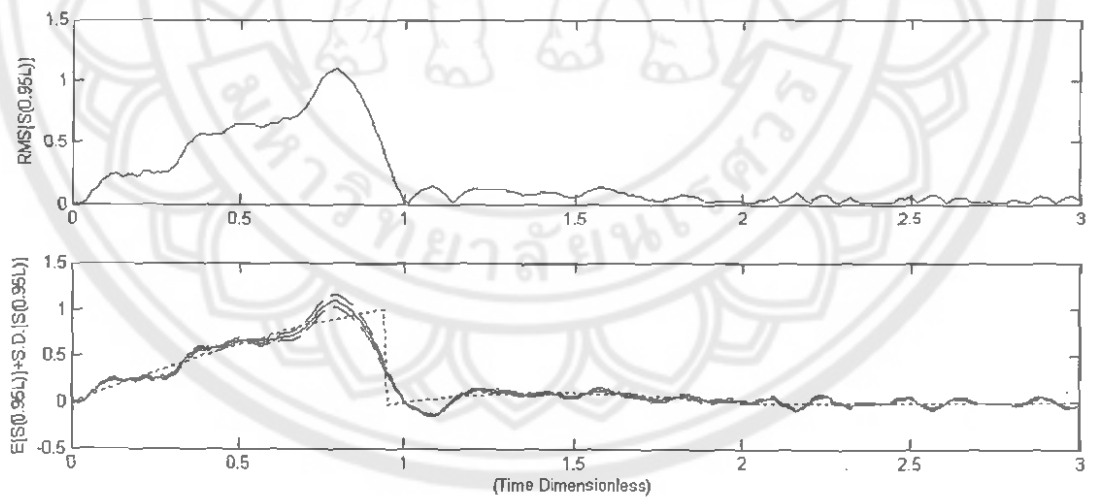


ภาพ 32 แสดง time history ของค่าเฉลี่ย RMS และค่าเฉลี่ยบวกค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของโมเมนต์ที่ตำแหน่ง $0.5L$ เมื่อยานพาหนะ MODEL 1 เคลื่อนที่ผ่านสะพาน 2 ช่วง ที่ความขรุขระ PSD A ด้วยความเร็วคงที่ $V = 100$ กม./ชม.

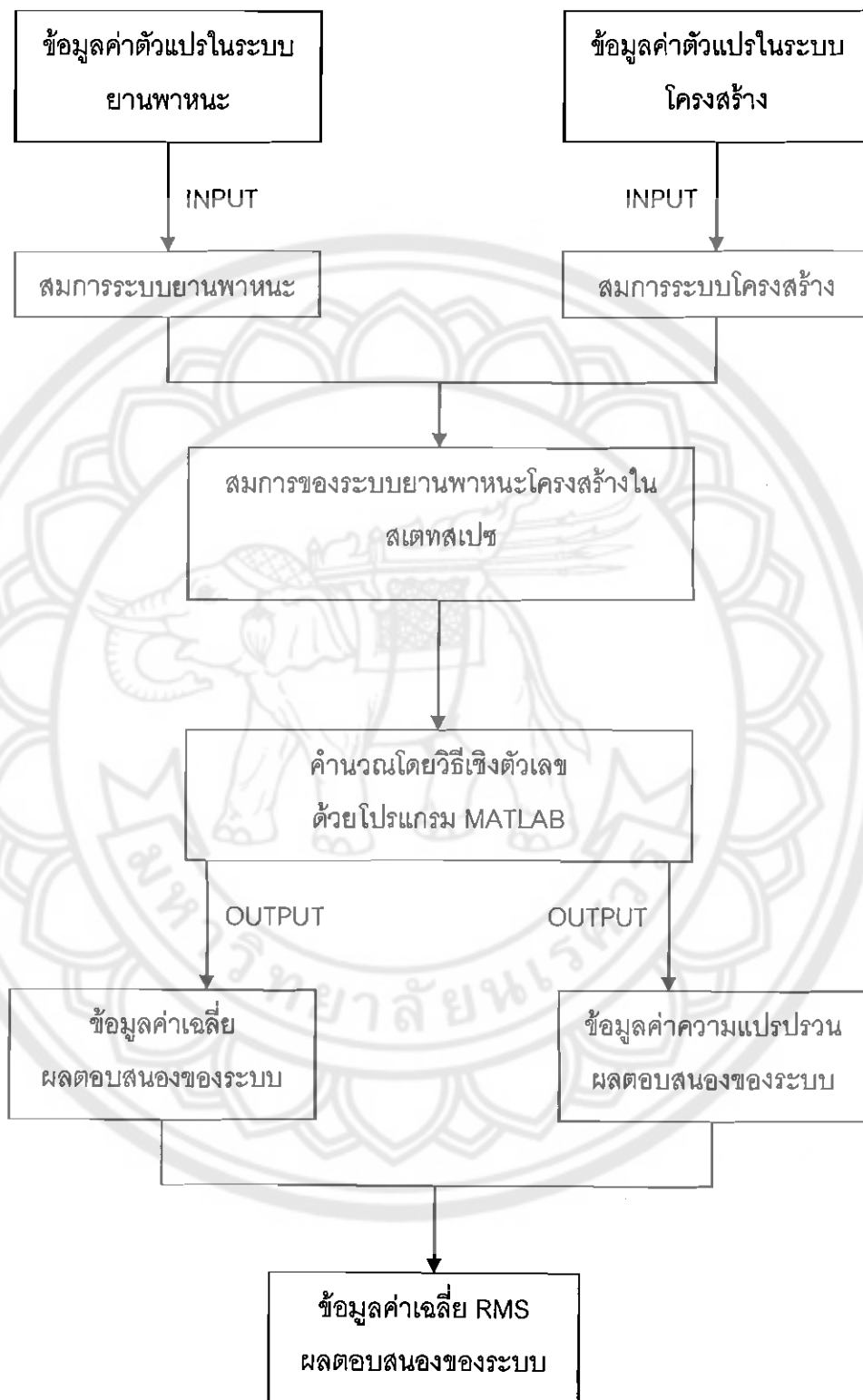
- แรงเฉือนที่ตำแหน่งเกือบปลายสุดคาน $S(0.95L, t)$ ดังตัวอย่างจะเห็นได้ว่าค่าเฉลี่ยของ DAF ของแรงเฉือนจะสอดคล้องกับเส้นอิทธิพลของแรงเฉือนที่ตำแหน่ง $0.95L$ เช่นกันดังแสดงในภาพ 33 และจากการคำนวณทางสถิติสามารถหาค่าเฉลี่ย RMS และค่าเฉลี่ยบวกค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ DAF ดังแสดงในภาพ 34



ภาพ 33 แสดง time history ของค่าเฉลี่ย และ ค่าความแปรปรวนของแรงเฉือนที่ตำแหน่ง 0.95L เมื่อยานพาหนะ MODEL 1 เคลื่อนที่ผ่านสะพาน 2 ช่วงด้วยความเร็วคงที่ $V = 100$ กม./ชม. ที่ PSD A (—, DAF; - - - - -, เส้นอิทธิพล)



ภาพ 34 แสดง time history ของค่าเฉลี่ย RMS และ ค่าเฉลี่ยบวกค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของแรงเฉือนที่ตำแหน่ง 0.95L เมื่อยานพาหนะ MODEL 1 เคลื่อนที่ผ่านสะพาน 2 ช่วงด้วยความเร็วคงที่ PSD A ด้วยความเร็วคงที่ $V = 100$ กม./ชม.



ภาพ 35 แสดงแผนผังกระบวนการวิเคราะห์ผลตอบสนองของระบบ