

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### พฤติกรรมทั่วไปของผนังกำแพงคอนกรีตเสริมเหล็ก

การศึกษาความสามารถของผนังกำแพงคอนกรีตเสริมเหล็กในการต้านแรงแผ่นดินไหว มักทำการทดสอบขึ้นตัวอย่างให้รับแรงด้านข้างแบบวัฏจักร ผลการทดสอบจะสะท้อนถึงพฤติกรรมของผนังที่ประกอบด้วย กำลังต้านทาน ความเหนียว การสลายพลังงาน และลักษณะการวิบัติ โดยพฤติกรรมดังกล่าวสามารถอธิบายได้ดังนี้

##### 1. กำลังต้านทาน (Strength)

กำลังต้านทาน คือความสามารถของผนังในการรับแรงด้านข้างซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะการวิบัติของโครงสร้าง สำหรับการออกแบบผนังกำแพงคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงแผ่นดินไหวการวิบัติของผนังจะต้องควบคุมโดยแรงดัดเพื่อให้โครงสร้างมีความเหนียวและสามารถสลายพลังงานได้มาก

##### 2. ความเหนียว (Ductility)

การออกแบบให้โครงสร้างมีพฤติกรรมแบบยืดหยุ่น เพื่อรับแรงแผ่นดินไหวอาจจะทำให้โครงสร้างมีขนาดใหญ่มากเกินไปจึงยอมให้โครงสร้างโยกตัวเกินช่วงยืดหยุ่น โดยที่ความแข็งแรงไม่ตกและพังทลายลงมา ความสามารถในการเคลื่อนตัวเกินช่วงยืดหยุ่นนี้วัดได้จากค่าความเหนียวซึ่งโดยทั่วไปจะวัดจากอัตราส่วนระยะเคลื่อนตัวด้านข้างสูงสุดต่อระยะเคลื่อนตัวด้านข้างที่จุดคราก

##### 3. การสลายพลังงาน (Energy dissipation)

โครงสร้างที่สลายพลังงานจากแผ่นดินไหวได้มากจะช่วยลดการสั่นสะเทือนของสิ่งก่อสร้าง การสลายพลังงานจากการทดสอบคำนวณได้จากพื้นที่ในวงรอบของความสัมพันธ์ระหว่างแรงด้านข้างและการเคลื่อนตัวด้านข้าง โดยทั่วไปการเคลื่อนตัวเนื่องจากแรงดัดจะสลายพลังงานได้มากกว่าการเคลื่อนตัวเนื่องจากแรงเฉือน

##### 4. ลักษณะการวิบัติ (Failure characteristics)

จากงานวิจัยที่ได้ทำการทดสอบผนังคอนกรีตเสริมเหล็กที่รับแรงด้านข้างแบบวัฏจักร ลักษณะการวิบัติของผนังคอนกรีตเสริมเหล็กมีหลายรูปแบบ Paulay (1980) และ Aktan and Bertero (1985) ได้กล่าวถึงลักษณะการวิบัติไว้ดังนี้

#### 4.1 การวิบัติแบบการดัด (Flexural failure)

การวิบัติมีลักษณะสำคัญคือเหล็กตามยาวจะยึดตัวจนถึงจุดครากทางด้านที่รับแรงดึงและเกิดการอัดแตกของคอนกรีตทางด้านตรงกันข้ามที่รับแรงอัด (ดูภาพ 1) ซึ่งจะเกิดการวิบัติแบบนี้ได้เมื่อกำลังต้านแรงเฉือนของผนังมีค่าสูงกว่าค่ากำลังรับแรงดัด ผนังที่วิบัติแบบแรงดัดจะมีความเหนียวและการสลายพลังงานที่มากกว่าผนังที่วิบัติในลักษณะอื่น และเป็นสิ่งที่ต้องการสำหรับโครงสร้างต้านทานแรงแผ่นดินไหว เหล็กเสริมตามขวางในเสาหากมีปริมาณที่เพียงพอจะช่วยให้ผนังมีความเหนียวเพิ่มมากขึ้นและช่วยชะลอการโก่งเดาะของเหล็กยื่น ซึ่งจะส่งผลให้พฤติกรรมโดยรวมดีขึ้น

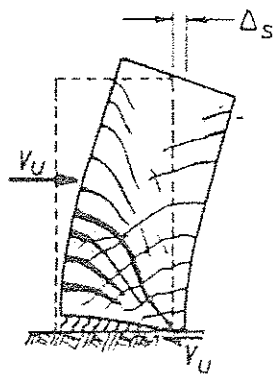


ภาพ 1 การวิบัติแบบการดัด

ที่มา: Paulay, 1980

#### 4.2 การวิบัติแบบการเลื่อนไถล (Shear sliding failure)

การวิบัติแบบนี้ผนังจะเกิดการเลื่อนไถลที่ฐาน (ดูภาพ 2) การวิบัติแบบนี้เกิดขึ้นเนื่องจากแรงกระทำด้านข้างมีค่ามากกว่าแรงต้านจากการเสียดทานที่พื้นผิวระหว่างผนังและฐานรากในบริเวณที่รับแรงอัด การวิบัตินี้จะเกิดขึ้นในผนังเตี้ยที่มีความกว้างของผนังมากกว่าความสูงเป็นส่วนใหญ่เนื่องจากแรงด้านข้างที่จะทำให้เหล็กยื่นเกิดการครากมีค่าสูงมาก

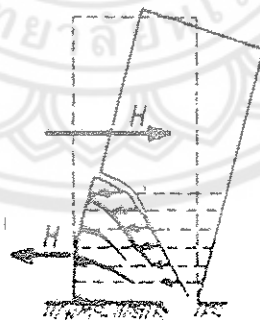


ภาพ 2 การวิบัติแบบการเลื่อนไถล

ที่มา: Paulay, 1980

#### 4.3 การวิบัติแบบแตกร้าวในแนวทแยง (Diagonal shear tension failure)

การวิบัติแบบนี้เกิดขึ้นเมื่อเหล็กเสริมรับแรงเฉือนในส่วนของผนังไม่เพียงพอในการต้านความเค้นเฉือน การวิบัตินี้มีลักษณะสำคัญคือรอยแตกที่เกิดจากแรงดึงในแนวทแยงนี้จะเพิ่มขึ้นและเหล็กเสริมรับแรงเฉือนเกิดการคราก ดังแสดงในภาพ 3

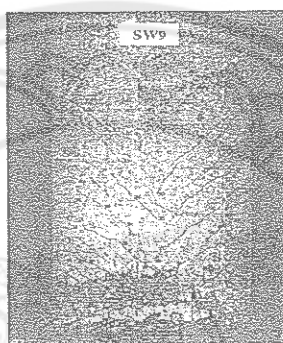


ภาพ 3 การวิบัติแบบแตกร้าวในแนวทแยง

ที่มา: Paulay, 1980

#### 4.4 การวิบัติแบบอัดแตกของคอนกรีตในส่วนผนัง (Web crushing failure)

จะมีลักษณะการแตกของคอนกรีตภายใต้แรงอัดในแนวทแยงของผนัง การวิบัติแบบนี้จะเกิดขึ้นเมื่อผนังต้องรับแรงด้านข้างมาก บริเวณส่วนล่างของผนังจะมีการเสียรูปในลักษณะบิดเฉือน (Shear distortion) ทำให้คอนกรีตต้องรับแรงอัดในแนวทแยงและเหล็กเสริมรับแรงเฉือนจะต้องรับแรงดึง คอนกรีตในส่วนผนังจะเกิดการอัดแตกเมื่อแรงอัดแนวทแยงทำให้แรงอัดคอนกรีตถึงจุดประลัยดังภาพ 4

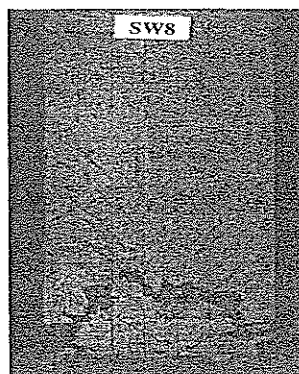


ภาพ 4 การวิบัติแบบอัดแตกของคอนกรีตในส่วนผนัง

ที่มา: Zhang and Wang, 2000

#### 4.5 การวิบัติแบบเสถียรภาพการรับแรงอัด (Compression stability failure)

การวิบัติแบบนี้เป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในช่วงที่เหล็กตามยาวในชิ้นส่วนรับแรงดึงยึดตัวเกินจุดครากและจะต้องรับแรงอัดเนื่องจากแรงกระทำสลับทิศ ซึ่งเหล็กที่รับแรงดึงและเกิดการครากแล้วจะมีความสามารถในการรับแรงอัดไม่เท่ากันจึงทำให้เกิดการโยกตัวนอกระนาบ (Out of plane) และวิบัติ (ดูภาพ 5) โดยทั่วไปการวิบัติแบบนี้จะเกิดกับผนังที่ต้องรับแรงตามแนวแกนสูง



ภาพ 5 การวิบัติแบบเสถียรภาพการรับแรงอัด

ที่มา: Zhang and Wang, 2000

#### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Oesterle, et al. (1976, 1979) ได้ทดสอบผนังกำแพงคอนกรีตเสริมเหล็กจำนวน 16 ตัวอย่าง ด้วยแรงด้านข้างแบบวัฏจักร ซึ่งถือว่าการเริ่มต้นการทดสอบที่ครอบคลุมทุกพารามิเตอร์เพื่อให้เข้าใจพฤติกรรมให้ได้มากที่สุด ผลการทดสอบเกี่ยวกับการต้านแรงเฉือนสรุปได้ว่า ผนังที่มีความเค้นเฉือนเกิดขึ้นน้อยกว่า  $0.26\sqrt{f'_c}$  (MPa) มีลักษณะการวิบัติเนื่องจากแรงดัดโดยที่เหล็กยื่นในเสาโก่งเดาะ (Buckling) และเหล็กยื่นในเสาขาด (Bar fracture) หรือคอนกรีตในเสาขอรับแรงอัดจนแตก ส่วนผนังที่มีความเค้นเฉือนเกิดขึ้นมากกว่า  $0.58\sqrt{f'_c}$  (MPa) มีลักษณะการวิบัติแบบอัดแตกของคอนกรีตในส่วนผนัง (Web crushing failure) และการเพิ่มปริมาณเหล็กเสริมรับแรงเฉือนในแนวนอนไม่ช่วยให้ค่ากำลังรับแรงด้านข้างและค่าความเหนียวเพิ่มมากขึ้น สำหรับการเพิ่มปริมาณเหล็กปลอกในเสาจะช่วยเพิ่มความสามารถการเคลื่อนตัวด้านข้างและช่วยให้เสามีความแข็งแรงมากขึ้นจึงช่วยลดการบิดตัวเนื่องจากแรงเฉือนและการเลื่อนไถลที่ฐานของผนัง

Oesterle, et al. (1984) ได้นำผลการทดสอบในปี ค.ศ.1976 และ 1979 มาวิเคราะห์เพื่อเสนอวิธีการคำนวณกำลังรับแรงเฉือนที่วิบัติแบบอัดแตกของคอนกรีตในส่วนผนัง (Web crushing failure) ในการศึกษาได้เสนอสมการกำลังต้านแรงเฉือนโดยวิเคราะห์แบบจำลองโครงข้อหมุน (Truss analogy) และพิจารณาการลดค่ากำลังรับแรงอัดของคอนกรีต ตามระดับการบิดตัวเนื่องจากแรงเฉือนที่เพิ่มขึ้น

Lefas, Kotsovos and Ambraseys (1990) ได้ทำการทดสอบตัวอย่างผนังกำแพงคอนกรีตเสริมเหล็ก 13 ตัวอย่าง ภายใต้การกระทำของแรงตามแนวแกนที่คงที่และแรงด้านข้างทางเดียวที่เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนเกิดการวิบัติ ส่วนพารามิเตอร์ที่ศึกษาคือ อัตราส่วนความสูงต่อความกว้าง, แรงตามแนวแกน, กำลังของคอนกรีต และจำนวนเหล็กเสริมรับแรงเฉือนในแนวนอน ผลทดสอบเกี่ยวกับกำลังต้านแรงเฉือนสรุปได้ว่า การลดเหล็กเสริมรับแรงเฉือนในแนวนอนไม่ส่งผลต่อกำลังรับแรงเฉือน และการต้านแรงเฉือนจะขึ้นอยู่กับสภาพความเค้นอัดสามแกนภายในบริเวณรับแรงอัดใกล้ฐานของผนัง

Wood (1990) ได้วิเคราะห์ผลการทดสอบผนังกำแพงคอนกรีตเสริมเหล็กแบบเดี่ย จำนวน 143 ตัวอย่าง ที่ถูกทดสอบด้วยแรงกระทำทางด้านข้าง เพื่อประเมินมาตรฐานการออกแบบในภาคผนวก A ของข้อกำหนด ACI 318-83 ซึ่งพบว่าผนังเดี่ยที่เสริมเหล็กกับแรงเฉือนต่ำสุดที่กำหนดในมาตรฐาน ( $\rho_{min} = 0.0025$ ) ควรกำหนดค่ากำลังรับแรงเฉือนจำกัดที่  $0.5\sqrt{f'_c}$  (MPa) และการเสริมเหล็กกับแรงเฉือนในแนวตั้งจะช่วยเพิ่มกำลังรับแรงเฉือนตามแบบจำลองเกี่ยวกับการต้านแรงเฉือนจากแรงเสียดทาน (Shear friction model)

Salonikios, et al. (1999, 2000) ได้ทำการทดสอบผนังกำแพงคอนกรีตเสริมเหล็กแบบเดี่ยจำนวน 11 ตัวอย่าง (6 ตัวอย่างมีอัตราส่วนความสูงต่อความกว้างเท่ากับ 1.5 และอีก 5 ตัวอย่างมีอัตราส่วนความสูงต่อความกว้างเท่ากับ 1.0) ด้วยแรงด้านข้างแบบแบบวงจักร เพื่อนำมาประเมินความสมเหตุสมผลของข้อกำหนดในมาตรฐานการออกแบบอาคารที่นิยมใช้กันทั้ง Eurocode8 และ ACI318R-92 และเปรียบเทียบพฤติกรรมของผนังที่เสริมเหล็กกับแรงเฉือนแบบปกติ (แนวนอนและแนวตั้ง) กับผนังที่เสริมเหล็กกับแรงเฉือนในแนวทแยง จากการศึกษาพบว่าค่าแรงเฉือนสูงสุดกระทำไม่เกิน  $0.45\sqrt{f'_c}$  (MPa) จึงทำให้ผนังที่ทดสอบวิบัติแบบการตัดมาตรฐานการออกแบบป้องกันการวิบัติแรงเฉือนแบบแตกร้าวในแนวทแยง (Diagonal tension shear failure) ของมาตรฐานทั้งสองให้ค่าในเชิงปลอดภัยมากเกินไป การเสริมเหล็กทแยงช่วยให้การเคลื่อนตัวด้านข้างเนื่องจากการบิดเฉือน (shear distortion) และการเลื่อนไถล (Sliding displacement) มีค่าลดลงส่งผลให้ผนังมีความสามารถการสลายพลังงานเพิ่มขึ้น

Sittipunt, Lukkunaprasit and Pattarattanakul (2001) ได้ทำการทดสอบผนังกำแพงคอนกรีตเสริมเหล็กจำนวน 4 ตัวอย่าง ด้วยแรงด้านข้างแบบวงจักร ผนังสองชั้นแรกเสริมเหล็กกับแรงเฉือนในแนวนอนและแนวตั้ง ส่วนผนังอีกสองชั้นเสริมเหล็กกับแรงเฉือนในแนวทแยง เพื่อศึกษาอิทธิพลของเหล็กเสริมรับแรงเฉือนในแนวทแยง ผลการศึกษาพบว่าการเสริมเหล็กกับแรงเฉือนในแนวทแยงเปลี่ยนรูปแบบการวิบัติจากแบบอัดแตกของคอนกรีตในส่วนผนัง (Web

crushing failure) เป็นการวิบัติเนื่องจากแรงดัด และสนับสนุนผลการทดสอบของ Salonikios, et al. (1999, 2000) ที่ว่าเหล็กเสริมรับแรงเฉือนในแนวทแยงช่วยลดการบิดเฉือน (Shear distortion) และเพิ่มความสามารถด้านการสลายพลังงาน

Shaingchin, Lukkunaprasit and Wood (2007) ได้ขยายผลการศึกษาคือของ Sittipunt, Lukkunaprasit and Pattararattanakul (2001) โดยทำการทดสอบผนังกำแพงคอนกรีตเสริมเหล็กจำนวน 5 ตัวอย่าง ด้วยแรงดัดข้างแบบวัฏจักรที่เน้นการเสริมเหล็กรับแรงเฉือนในแนวทแยง ผลการศึกษพบว่า การเสริมเหล็กรับแรงเฉือนทแยงช่วยลดการเคลื่อนตัวเนื่องจากการบิดเฉือนและการเลื่อนไถลที่ฐานร้อยละ 10-20 ของการกระเด้งการเคลื่อนตัวทางด้านข้างทั้งหมด และเพิ่มความสามารถการสลายพลังงานร้อยละ 20 นอกจากนี้พบว่า การกำหนดกำลังด้านแรงเฉือนจำกัดไว้ที่  $2/3 \sqrt{f'_c}$  (MPa) ตามมาตรฐาน ACI318R-05 นั้นมีค่าต่ำมากเมื่อเทียบกับแรงเฉือนของผนังที่ทดสอบได้

Gulec, Whittaker and Stojadinovic (2008) ศึกษากำลังด้านแรงเฉือนสูงสุดของผนังกำแพงคอนกรีตเสริมเหล็กแบบเตี้ยจากการทดสอบจำนวน 120 ตัวอย่าง และเปรียบเทียบกับกำลังด้านแรงเฉือนตั้งจากที่คำนวณได้จาก ACI318-05 (Chapter 11), Barda, Hanson and Corley (1977), ASCE/SEI 43-05 และ Wood (1990) ผลการศึกษสรุปได้ว่าการทำนายกำลังด้านแรงเฉือนของผนังเตี้ยโดยใช้สมการของ Wood (1990) ให้ค่าที่ดีที่สุด กำลังด้านแรงเฉือนทำนายตามมาตรฐาน ACI318-05 ให้ค่าที่ต่ำเกินไป (Underestimate) ในขณะที่มาตรฐาน ASCE/SEI 43-05 และสมการของ Barda, et al. (1977) ให้ค่าที่สูงเกินไป (Overestimate) อย่างไรก็ตาม Gulec, Whittaker and Stojadinovic (2008) ได้เสนอว่าควรมีวิธีการทำนายกำลังด้านทานแรงเฉือนที่ดีขึ้นโดยพิจารณาพารามิเตอร์ที่มีผลต่อการวิบัติ

### แบบจำลองวัสดุคอนกรีต

#### 1. ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดเมื่อรับแรงดึง

เป็นที่ทราบกันโดยทั่วไปว่าความเค้นดึงของคอนกรีตที่แตกร้าวจะไม่ลดเป็นศูนย์โดยทันทีเพราะจะมีการถ่ายแรงจากเหล็กเสริมไปสู่คอนกรีตบริเวณที่ไม่แตกร้าว Belarbi and Hsu (1994) ได้เสนอความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดดึงและความเค้นดึงของคอนกรีตที่เสริมเหล็กดังสมการ

$$\sigma_r = \begin{cases} E_c \varepsilon_r & ; \varepsilon_r \leq \varepsilon_{cr} \\ \sigma_r = f_{cr} \left( \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_{cr}} \right)^{0.4} & ; \varepsilon_r > \varepsilon_{cr} \end{cases} \quad (2.1)$$

โดยที่

$E_c$  คือ โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต หาได้จากสมการ  $E_c = 3900 \sqrt{f'_c}$  (MPa)

$f_{cr}$  คือ ความเค้นแตกร้าว หาได้จากสมการ  $f_{cr} = 0.31 \sqrt{f'_c}$  (MPa)

$\varepsilon_{cr}$  คือ ความเครียดแตกร้าว (มีค่าประมาณ 0.00008)

## 2. ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดเมื่อรับแรงอัด

แบบจำลองคอนกรีตที่ไม่มีผลของการโอบรัด (Unconfined concrete model) มีการศึกษามานานหลายปี และมีผู้เสนอแบบจำลองหลายสมการโดยส่วนมากจะมีลักษณะคล้ายรูปพาราโบลาคว่ำ ในงานวิจัยนี้เลือกใช้แบบจำลองของ Hognestad (1951) โดยมีสมการความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดดังนี้

$$f_c = f'_c \left[ 2 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (2.2)$$

โดยที่

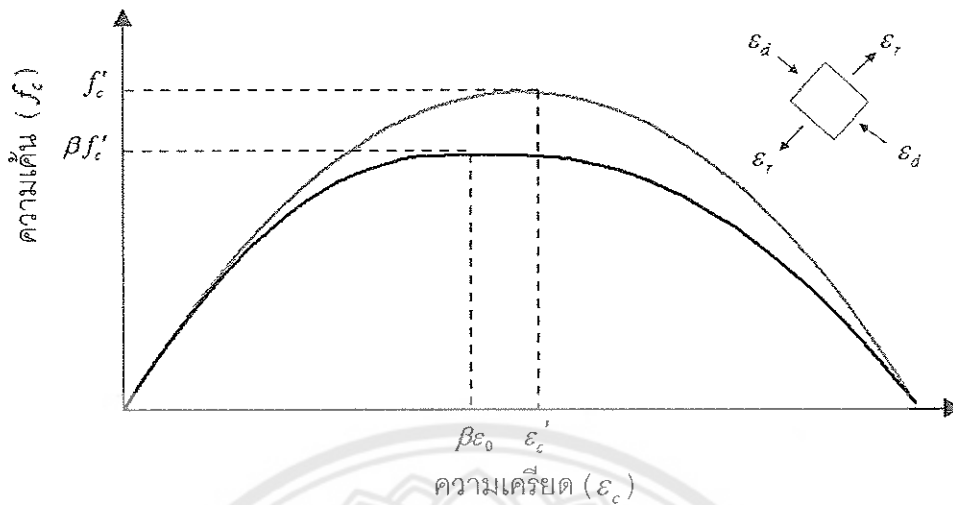
$f'_c$  คือ ความเค้นอัดสูงสุดของคอนกรีต

$\varepsilon_c$  คือ ความเครียดอัดของคอนกรีต

$\varepsilon_0$  คือ ความเครียดที่ความเค้นอัดสูงสุด (มีค่าประมาณ 0.002)

ในช่วงปี ค.ศ. 1964 ถึงปี ค.ศ. 1993 มีการศึกษาถึงการอ่อนค่าลงของกำลังอัดคอนกรีตในแนวแกนเนื่องจากความเครียดดึงตามขวางที่ทำให้เกิดรอยแตกร้าว โดยการเสนอค่าพารามิเตอร์  $\beta$  ที่มีค่าน้อยกว่า 1.0 เพื่อนำไปคูณลดค่ากับกำลังอัดคอนกรีตและความเครียดอัดที่จุดสูงสุดดังแสดงในภาพ 6





ภาพ 6 การอ่อนค่าลงของกำลังอัดคอนกรีตในแนวแกนเนื่องจากความเครียดดึงตามขวาง

Mo and Rother (1998) ได้ศึกษาและทำการเปรียบเทียบค่าพารามิเตอร์  $\beta$  ที่เสนอโดยนักวิจัยหลายท่าน โดยการนำมาใช้วิเคราะห์เพื่อทำนายกำลังรับแรงด้านข้างของผนังกำแพงคอนกรีตเสริมเหล็กแบบเตี้ยโดยจำลองผนังให้เป็นโครงข้อหมุน (Truss model) และพบว่า การใช้แบบจำลองที่เสนอไว้โดย Vecchio and Collins (1993) ให้ค่ากำลังทำนายสอดคล้องกับผลการทดสอบมากที่สุด และค่า  $\beta$  ที่ใช้แสดงดังสมการ (2.3)

$$\beta = \frac{1}{1.0 + K_c K_f} \quad (2.3)$$

$$K_c = 0.35(-\epsilon_r/\epsilon_d - 0.28)^{0.80} \leq 1.0 \quad (2.4)$$

$$K_f = 0.1825\sqrt{f'_c} \leq 1.0 \quad (2.5)$$

โดยที่

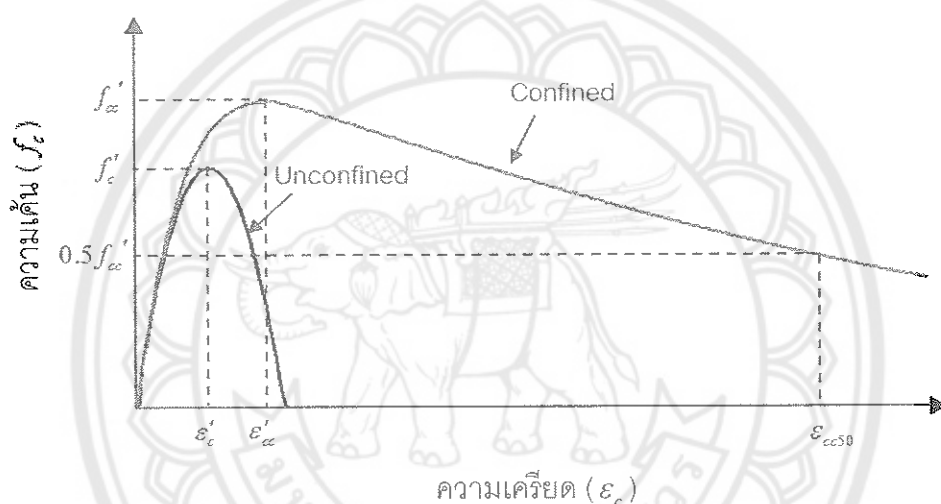
$K_c$  คือ สัมประสิทธิ์ที่มีอิทธิพลต่อความเครียดดึงตามขวาง ซึ่งมีค่าได้ไม่เกิน 1.0 หากมากกว่า ให้เท่ากับ 1.0

$K_f$  คือ สัมประสิทธิ์ที่มีอิทธิพลต่อความแข็งแรงของคอนกรีต ซึ่งมีค่าได้ไม่เกิน 1.0 หากมากกว่า ให้เท่ากับ 1.0

$\epsilon_r$  คือ ความเครียดดึงในแกนความเครียดหลัก (ทิศทาง r ในภาพ 6)

$\varepsilon_d$  คือ ความเครียดดัดในแกนความเครียดหลัก ( ทิศทาง d ในภาพ 6 )

ส่วนแบบจำลองของคอนกรีตที่ถูกโอบรัดโดยเหล็กเสริมตามขวาง (Confined concrete model) จะมีพฤติกรรมที่แตกต่างจากคอนกรีตที่ไม่ถูกโอบรัด โดยมีความแข็งแรงและความเหนียวสูงกว่าดังแสดงในภาพ 7 ซึ่งได้เปรียบเทียบแบบจำลองคอนกรีตที่ถูกโอบรัดกับแบบจำลองคอนกรีตที่ไม่มีการโอบรัด นอกจากนี้เหล็กเสริมตามขวางยังช่วยชะลอการโค้งงอของเหล็กเสริมตามยาวได้อีกด้วย



ภาพ 7 แบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของคอนกรีต

แบบจำลองที่เสนอโดย Légeron and Paultre (2003) ถูกนำมาใช้ทำนายพฤติกรรมของคอนกรีตที่ถูกโอบรัดภายใต้แรงอัดตามแนวแกน ซึ่งสามารถทำนายพฤติกรรมได้เป็นอย่างดีด้วยขอบเขตของคุณสมบัติที่กว้างด้วยกำลังอัดของคอนกรีต 30-120 MPa และกำลังครากของเหล็กปลอกโอบรัด 250-1400 MPa แบบจำลองนี้ถูกพิสูจน์โดยผลการทดสอบเสากว่า 200 ตัวอย่างภายใต้แรงอัดตามแนวแกน นอกจากนี้ยังมีผลการทดสอบเสาอีก 50 ตัวอย่างภายใต้แรงตามแนวแกนที่คงที่และแรงทางด้านข้างแบบวัฏจักร

สมการความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของคอนกรีตที่ถูกโอบรัดโดยเหล็กเสริมตามขวางที่เสนอโดย Légeron and Paultre (2003) จะขึ้นอยู่กับกำลังอัดสูงสุดของ

คอนกรีตที่ถูกโอบรัด ( $f'_{cc}$ ) ความเครียดที่กำลังอัดสูงสุด ( $\epsilon'_{cc}$ ) และความเครียดที่กำลังตก 50 เปอร์เซ็นต์ ( $\epsilon_{cc50}$ ) ซึ่งค่าดังกล่าวจะขึ้นอยู่กับดัชนีการโอบรัดประสิทธิผลของเหล็กเสริมตามขวาง ดังนั้นการหาความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของคอนกรีตที่ถูกโอบรัดจะพิจารณาอัตราส่วนพื้นที่หน้าตัดประสิทธิผลของเหล็กเสริมตามขวางในด้านที่พิจารณา ( $\rho_{se}$ ) ก่อนดังสมการ

$$\rho_{se} = K_e \rho_s \quad (2.6)$$

สำหรับเสาสี่เหลี่ยมหน้าตัดสมดุ หรือเสาที่วัดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของแกนคอนกรีตได้เท่ากันในแต่ละด้านที่พิจารณาโดยวัดจากศูนย์กลางถึงศูนย์กลางของเหล็กเสริมตามขวาง เหล็กเสริมตามขวางที่โอบรัดแกนคอนกรีตจะถูกปรับประสิทธิภาพให้ลดลงในระหว่างช่วงของเหล็กเสริมตามขวางจากผลลัพธ์ของความเค้นอัด และการกระจายตัวของเหล็กตามขวาง สำหรับการโอบรัดประสิทธิผลของเหล็กเสริมโอบรัดจะถูกทำให้เหมาะสมโดยใช้รูปทรงทางเรขาคณิต ค่าสัมประสิทธิ์การโอบรัดแกนคอนกรีตของเหล็กเสริมตามขวางถูกแนะนำโดย Sheikh and Uzumeri (1982; Mander, et al., 1984) โดยค่าสัมประสิทธิ์นี้สะท้อนถึงประสิทธิภาพของเหล็กเสริมตามขวางที่โอบรัดคอนกรีตหากมีการกระจายเหล็กเสริมตามขวางมากในเสาก็จะทำให้การโอบรัดมีประสิทธิภาพมากขึ้น ค่าสัมประสิทธิ์การโอบรัดแกนคอนกรีตของเหล็กเสริมตามขวางและอัตราส่วนพื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมตามขวางต่อพื้นที่หน้าตัดของแกนคอนกรีตที่ถูกโอบรัดหาได้จากสมการ (2.7) และสมการ (2.8) ตามลำดับ

$$K_e = \frac{\left(1 - \frac{\sum w_i^2}{6c_x c_y}\right) \left(1 - \frac{s'}{2c_x}\right) \left(1 - \frac{s'}{2c_y}\right)}{(1 - \rho_c)} \quad (2.7)$$

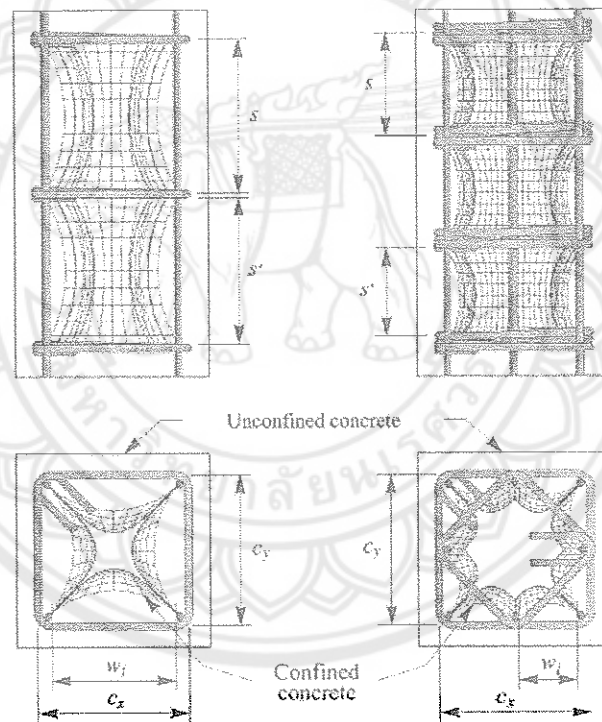
$$\rho_s = \frac{\sum A_i}{(c_x + c_y)s} \quad (2.8)$$

โดยที่

$\sum w_i^2$  คือ ผลรวมกำลังสองของระยะช่องว่างระหว่างเหล็กเสริมตามยาวในหน้าตัดสี่เหลี่ยม (ดูภาพ 8 ประกอบ)

$\sum A_i$  คือ ผลรวมพื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมตามขวาง

- $s'$  คือ ระยะช่องว่างระหว่างเหล็กเสริมตามขวาง (ดูภาพ 8 ประกอบ)
- $s$  คือ ระยะห่างระหว่างเหล็กเสริมตามขวาง (ดูภาพ 8 ประกอบ)
- $\rho_c$  คือ อัตราส่วนพื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมตามยาวต่อพื้นที่หน้าตัดของแกนคอนกรีตที่ถูกโอบรัด
- $c_x$  คือ ความกว้างของแกนคอนกรีตที่ถูกโอบรัดในเสาสีเหลี่ยมด้าน  $x$  (ดูภาพ 8 ประกอบ)
- $c_y$  คือ ความกว้างของแกนคอนกรีตที่ถูกโอบรัดในเสาสีเหลี่ยมด้าน  $y$  (ดูภาพ 8 ประกอบ)



ภาพ 8 ประสิทธิภาพการโอบรัดคอนกรีตของเหล็กเสริมตามขวาง

ที่มา: Légeron and Paultre, 2003

จากนั้นการคำนวณความเค้นสูงสุดของคอนกรีตที่ถูกโอบรัด โดยจะขึ้นอยู่กับค่าความเค้นของเหล็กเสริมตามขวาง จึงจำเป็นที่จะต้องพิจารณาความเค้นของเหล็กเสริมตาม

ขวางที่จะเกิดขึ้น ค่าความเค้นของเหล็กเสริมตามขวางอาจถึงกำลังครากหรือน้อยกว่า Légeron and Paultre (2003) ได้เสนอพารามิเตอร์  $\kappa$  เพื่อพิจารณาการครากของเหล็กเสริมตามขวางที่ขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของกำลังอัดของคอนกรีตและประสิทธิภาพการโอบรัดดั่งสมการ (2.9) โดยถ้าพารามิเตอร์  $\kappa$  มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 10 เหล็กเสริมตามขวางที่ช่วยโอบรัดแกนคอนกรีตจะยึดตัวถึงจุดครากได้ แต่ถ้าพารามิเตอร์  $\kappa$  มีค่ามากกว่า 10 การยึดตัวของเหล็กปลอกจะอยู่ในช่วงยืดหยุ่น กล่าวคือความเค้นน้อยกว่ากำลังคราก

$$\kappa = \frac{f'_c}{\rho_{se} E_s \varepsilon'_c} \quad (2.9)$$

ดังนั้น ส่วนค่าความเค้นของเหล็กเสริมตามขวางที่โอบรัดแกนคอนกรีต ( $f'_h$ ) จะถูกจำลอง

$$f'_h = \begin{cases} f_h & ; \kappa \leq 10 \\ \frac{0.25 f'_c}{\rho_{se} (\kappa - 10)} \geq 0.43 \varepsilon'_c E_s < f_h & ; \kappa > 10 \end{cases} \quad (2.10)$$

โดยที่

$f_h$  คือ กำลังครากของเหล็กเสริมตามขวางที่โอบรัดแกนคอนกรีต

ค่าแรงดันโอบรัดประสิทธิภาพที่กระทำในแกนคอนกรีตจากเหล็กเสริมตามขวาง ( $f'_{le}$ ) และค่าดัชนีการโอบรัดประสิทธิภาพ ( $I'_c$ ) สามารถคำนวณได้จากสมการ (2.11) และ (2.12) ตามลำดับ

$$f'_{le} = \rho_{se} f'_h \quad (2.11)$$

$$I'_c = \frac{f'_{le}}{f'_c} \quad (2.12)$$

ดังนั้นกำลังอัดสูงสุดของคอนกรีตที่ถูกโอบรัด ( $f'_{cc}$ ) และ ความเครียดที่กำลังอัดสูงสุด ( $\epsilon'_{cc}$ ) ซึ่งขึ้นอยู่กับค่าดัชนีการโอบรัดประสิทธิผล สามารถคำนวณได้จากสมการ (2.13) และสมการ (2.14) ตามลำดับ

$$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + 2.4(I'_e)^{0.7} \quad (2.13)$$

$$\frac{\epsilon'_{cc}}{\epsilon'_c} = 1 + 35(I'_e)^{1.2} \quad (2.14)$$

เป็นที่ทราบกันดีว่าแรงดันโอบรัดนี้จะช่วยให้คอนกรีตมีความเหนียวมากขึ้น Légeron and Paultre (2003) จึงได้เสนอสมการเพื่อพิจารณาค่าความเครียดที่กำลังตกลง 50 เปอร์เซ็นต์ของเหล็กเสริมตามขวางที่คาดว่าจะมีพฤติกรรมในช่วงอินอีลาสติก ดังนั้นค่าความเครียดที่กำลังตกลง 50 เปอร์เซ็นต์ จะคำนวณได้จากสมการ (2.15) และดัชนีโอบรัดที่จุดนี้จะมีค่าตามสมการ (2.16)

$$\frac{\epsilon_{cc50}}{\epsilon_{c50}} = 1 + 60I_{e50} \quad (2.15)$$

$$I_{e50} = \rho_{se} \frac{f_h}{f'_c} \quad (2.16)$$

โดยที่

$I_{e50}$  คือ ค่าดัชนีการโอบรัดประสิทธิผลสำหรับประมาณค่า  $\epsilon_{cc50}$

$\epsilon_{cc50}$  คือ ค่าความเครียดที่กำลังตกลง 50 เปอร์เซ็นต์

$\epsilon_{c50}$  คือ ความเครียดในแนวแกนหลังจากค่าสูงสุดของคอนกรีตที่ไม่ถูกโอบรัดเมื่อปริมาณลดลง 50% (มีค่าประมาณ 0.004)

และความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของคอนกรีตที่ถูกโอบรัด จะแสดงดังสมการ (2.17)

$$f_{cc} = \begin{cases} f_{cc}' \left[ \frac{k(\varepsilon_{cc} / \varepsilon_{cc}')}{k-1 + (\varepsilon_{cc} / \varepsilon_{cc}')} \right] & ; \varepsilon_{cc} \leq \varepsilon_{cc}' \\ f_{cc}' \exp \left[ k_1 (\varepsilon_{cc} - \varepsilon_{cc}')^{k_2} \right] & ; \varepsilon_{cc} > \varepsilon_{cc}' \end{cases} \quad (2.17)$$

$$k = \frac{E_{ct}}{E_{ct} - (f_{cc}' / \varepsilon_{cc}')} \quad (2.18)$$

$$k_1 = \frac{\ln(0.5)}{(\varepsilon_{cc50} - \varepsilon_{cc}')^{k_2}} \quad (2.19)$$

$$k_2 = 1 + 25(I_{\varepsilon_{50}})^2 \quad (2.20)$$

โดยที่

$E_{ct}$  คือ โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีตที่ไม่ถูกโอบรัด

$k, k_1, k_2$  คือ พารามิเตอร์ความคุ่มรูปร่างของกราฟความสัมพันธ์ความเค้นและความเครียดของคอนกรีตที่ถูกโอบรัด

แบบจำลองวัสดุเหล็กเสริม

โดยทั่วไปความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น ( $f_s$ ) และความเครียด ( $\varepsilon_s$ ) ของเหล็กเสริมรับแรงดึงประกอบด้วยช่วงยืดหยุ่นเชิงเส้น (Elastic) ช่วงคราก (Yielding) และช่วงเพิ่มกำลัง (Strain hardening) แสดงดังภาพ 9 ความสัมพันธ์แสดงดังสมการ

$$f_s = \begin{cases} E_s \varepsilon_s & ; \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \\ f_y & ; \varepsilon_y < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh} \\ f_y + E_{sh} (\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) < f_u & ; \varepsilon_s > \varepsilon_{sh} \end{cases} \quad (2.21)$$

โดยที่

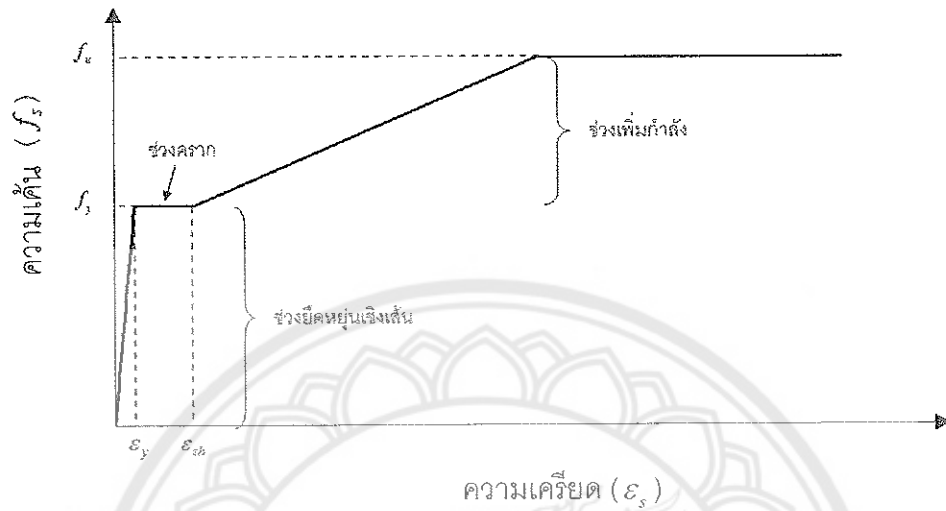
$E_s$  คือ ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมที่รับแรงดึง

$f_y$  คือ กำลังครากของเหล็กเสริม

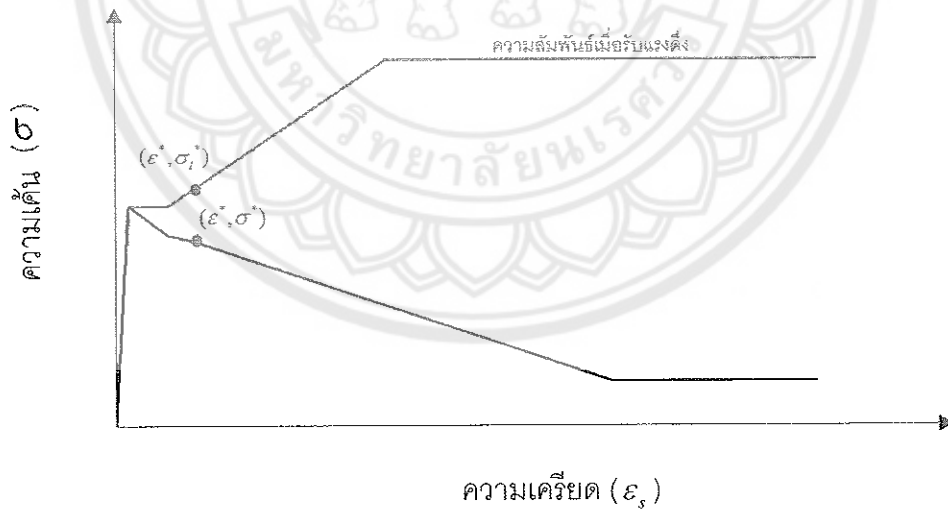
$E_{sh}$  คือ ค่าโมดูลัสของเหล็กเสริมในช่วงเพิ่มกำลัง

$\varepsilon_{sh}$  คือ ความเครียดจุดที่กำลังเพิ่มขึ้น

$f_u$  คือ กำลังดึงสูงสุดของเหล็กเสริม



ภาพ 9 แบบจำลองเหล็กเสริมเมื่อรับแรงดึง



ภาพ 10 แบบจำลองเหล็กเสริมเมื่อรับแรงอัดที่พิจารณาการโก่งเดาะ

สำหรับพฤติกรรมของเหล็กเสริมเมื่อรับแรงอัดถ้าไม่มีการโก่งเดาะจะคล้ายกับพฤติกรรมของเหล็กเสริมที่รับแรงดึง เหล็กเสริมที่มีการโก่งเดาะกำลังรับแรงจะลดต่ำลง Dhakal and



Maekawa (2002a) ได้เสนอแบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของเหล็กเสริมเมื่อรับแรงอัดที่พิจารณาผลของการโก่งเดาะของเหล็กเสริมดังแสดงในภาพ 10 โดยตั้งสมมติฐานว่าผลของการโก่งเดาะจะแสดงในช่วงที่เหล็กเสริมครากแล้วเท่านั้น พฤติกรรมการโก่งเดาะของเหล็กเสริมจะขึ้นอยู่กับกำลังคราก ( $f_y$ ) และอัตราส่วนระหว่างความยาวช่วงโก่งเดาะต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง ( $\frac{L}{D}$ )

Dhakal and Maekawa (2002a) ได้กำหนดจุดกลาง ( $\varepsilon^*, \sigma^*$ ) ที่พฤติกรรมหลังจากจุดนี้แล้วกำลังจะตกลงแบบคงที่ด้วยความชันเท่ากับ 0.02 เท่าของค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริม สำหรับพฤติกรรมในช่วงก่อนจุดกลางนี้จะขึ้นอยู่กับความเค้นของเหล็กเสริมเมื่อรับแรงดึง ค่าความเครียดและความเค้น ณ จุดกลาง ( $\varepsilon^*, \sigma^*$ ) นี้คำนวณได้จากสมการ (2.22) และสมการ (2.23) ตามลำดับ

$$\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_y} = 55 - 2.3 \sqrt{\frac{f_y L}{100 D}} \quad \text{โดย } \frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_y} \geq 7 \quad (2.22)$$

$$\frac{\sigma^*}{\sigma_y} = 1.1 - 0.016 \sqrt{\frac{f_y L}{100 D}} \quad \text{โดย } \sigma^* \geq 0.2 f_y \quad (2.23)$$

และแบบจำลองของความสัมพันธ์ระหว่างค่าความเค้น ( $\sigma$ ) และความเครียดของเหล็กเสริมที่รับแรงอัด ( $\varepsilon_s$ ) จะเป็นไปดังสมการ

$$\frac{\sigma}{\sigma_y} = 1 - \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_y}\right) \left(\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_y}{\varepsilon^* - \varepsilon_y}\right) \quad \text{เมื่อ } \varepsilon_y < \varepsilon_s \leq \varepsilon^* \quad (2.24)$$

$$\sigma = \sigma^* - 0.02 E_s (\varepsilon_s - \varepsilon^*) \quad \text{โดย } \sigma \geq 0.2 f_y \quad \text{เมื่อ } \varepsilon_s > \varepsilon^* \quad (2.25)$$

โดยที่

- $L$  คือ ความยาวช่วงการโก่งเดาะของเหล็กเสริม
- $D$  คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของเหล็กเสริมที่โก่งเดาะ
- $\sigma_y^*$  คือ ความเค้นของเหล็กเสริมเมื่อรับแรงดึง ณ ตำแหน่งความเครียดเท่ากับ  $\varepsilon^*$
- $\sigma_y$  คือ ความเค้นของเหล็กเสริมเมื่อรับแรงดึง ณ ตำแหน่งความเครียดเท่ากับ  $\varepsilon_s$

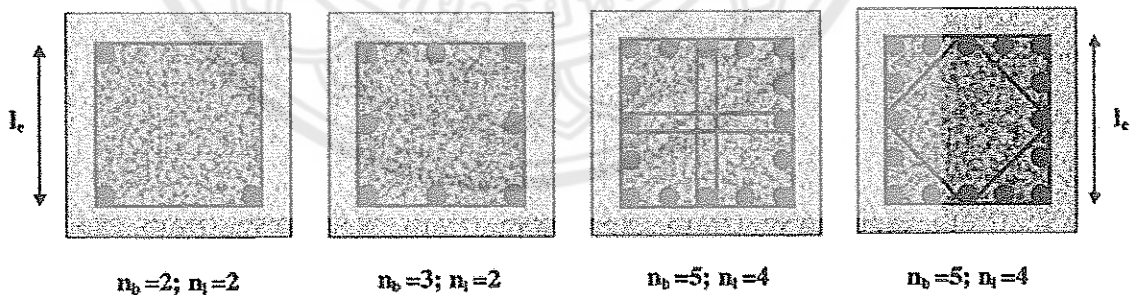
นอกจากนี้ Dhakal and Maekawa (2002b) ได้เสนอวิธีการหาค่าความยาวช่วงการโค้งเดาะ ( $L$ ) ภายในคอนกรีตที่ถูกโอบรัดด้วยเหล็กปลอกโดยการเปรียบเทียบค่าสติฟเนสของเหล็กเสริมตามขวางที่ต้องการ (Required stiffness) เพื่อรั้งการโค้งเดาะของเหล็กเสริมให้เกิดในช่วง  $n$  เท่าของระยะห่างการเสริมเหล็กตามขวางเทียบกับค่าสติฟเนสของเหล็กปลอกที่เสริมไว้จริง (Actual stiffness)

ลำดับแรกสติฟเนสของเหล็กเสริมตามขวางจริง ( $k_t$ ) คำนวณได้จากสมการ

$$k_t = \frac{E_t A_t}{l_e} \times \frac{n_t}{n_b} \quad (2.26)$$

โดยที่

$E_t$	คือ	โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมตามขวาง
$A_t$	คือ	พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมตามขวาง
$n_t$	คือ	จำนวนของเหล็กเสริมตามขวางทิศทางโค้งตัว (ดูภาพ 12)
$n_b$	คือ	จำนวนของเหล็กเสริมตามยาวที่มีแนวโน้มจะเกิดการโค้งตัว (ดูภาพ 12)
$l_e$	คือ	ระยะห่างประสิทธิภาพของเหล็กปลอก (ดูภาพ 12)



ภาพ 11 ตัวอย่างการหาค่าของ  $n_b$ ,  $n_t$  และ  $l_e$  ที่รูปแบบการจัดเรียงเหล็กเสริมต่างๆ กัน

ที่มา: Dhakal and Maekawa, 2002b

ลำดับต่อมาค่าสติฟเนสของเหล็กเสริมตามขวางในการรั้งการโก่งเดาะที่ความยาวช่วงต่างๆคำนวณได้โดยการจำลองเหล็กปลอกเป็นสปริง และใช้วิธีพลังงานหาค่าสติฟเนสของเหล็กเสริมตามขวางที่ต้องการ  $k_n$  ซึ่ง Dhakal and Maekawa (2002b) ได้สรุปค่า  $k_{eq}$  ที่คำนวณจาก  $k_n$  แล้วทำให้ไร้หน่วยด้วยการหาร  $\frac{\pi^4 EI}{S^3}$  ไว้ในตาราง 1

ถ้าค่า  $k_n$  น้อยกว่า  $k_n$  แสดงว่าเหล็กปลอกไม่สามารถรั้งให้เกิดการโก่งเดาะในความยาวช่วงการโก่งเดาะนั้นได้จึงต้องเพิ่มช่วงการโก่งเดาะขึ้นไปจนกระทั่ง  $k_n$  จะมากกว่า  $k_n$

ตาราง 1 ค่าสติฟเนสของเหล็กเสริมตามขวางที่ต้องการสำหรับแบบการโก่งเดาะต่างๆ

แบบการโก่ง, $n$	ค่าสติฟเนสของเหล็กเสริมตามขวางที่ต้องการ, $k_{eq}$
1	0.7500
2	0.1649
3	0.0976
4	0.0448
5	0.0084
6	0.0063
7	0.0037
8	0.0031
9	0.0013
10	0.0009

ที่มา: Dhakal and Maekawa, 2002b