

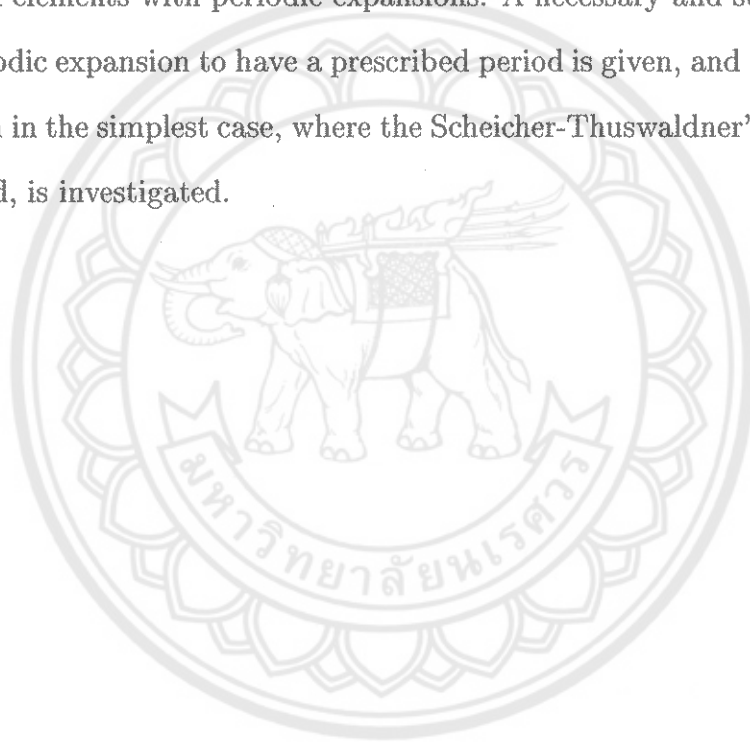
Title	PRIMITIVE POLYNOMIALS AND DIGIT SYSTEMS OVER FINITE FIELDS
Author	Umarin Pintoaptang
Advisor	Associate Professor Vichian Laohakosol, Ph.D.
Co-Advisors	Assistant Professor Manoj Siripitukdet, Ph.D. Pattira Ruengsinsub, Ph.D.
Type of Degree	Thesis Ph.D. in Mathematics, Naresuan University, 2007
Keywords	Finite field; Primitive polynomial; Digit system

ABSTRACT

The thesis deals with two main topics in the theory of finite fields, namely, primitive polynomials and digit systems.

In 2003, Fitzgerald gave a characterization of primitive polynomials, among irreducible polynomials over a finite field. The statement and the proof of Fitzgerald's result are interesting and appealing. Such characterization is determined by the number of non-zero terms in a series representing a particular quotient involving the polynomial to be characterized. Expanding out this quotient as power series and equating the coefficients, we get a linear recurring sequence over a finite field. The result follows by invoking upon certain known results about the number of occurrences of periodic elements in such a sequence. In the first part of the thesis, we establish another characterization of primitive polynomials based on a modification of Fitzgerald's method. Our proof reveals more truly, in contrast to that of Fitzgerald, the underlying general structure since the quotient considered is rational not integral and the subsequent recurrence is infinite. The desired characterization is deduced principally on counting the number of occurrences of certain periodic elements in the linear recurring sequence over a finite field.

In 2003, Scheicher and Thuswaldner presented a new digit system for elements in a polynomial ring of two variables x, y , similar but generalizing the one variable case. Scheicher and Thuswaldner gave a complete characterization of those polynomials $p(x, y)$ which render finite and periodic y -adic expansions. The second part of this thesis is a study of some algebraic and arithmetic properties of Scheicher-Thuswaldner's digit system. We determine of the bounds on the lengths of elements with finite Scheicher-Thuswaldner's expansion, and bounds on the periods of elements with periodic expansions. A necessary and sufficient condition for a periodic expansion to have a prescribed period is given, and an analysis on the expansion in the simplest case, where the Scheicher-Thuswaldner's characterization is violated, is investigated.



ชื่อเรื่อง	พหุนามปฐมฐานและระบบเลขโดดเหนือฟิลต์จำกัด
ผู้วิจัย	อุมารินทร์ ปิ่นตบแต่ง
ประธานที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.วิเชียร เลหาโกศล
กรรมการที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มานิชญ์ สิริพิทักษ์เดช ดร.ภัททิรา เรืองสินทรัพย์
ประเภทสารนิพนธ์	วิทยานิพนธ์ วท.ด. สาขาวิชาคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2550
คำสำคัญ	ฟิลต์จำกัด พหุนามปฐมฐาน ระบบเลขโดด

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีเนื้อหาหลักเกี่ยวข้องกับสองหัวข้อในทฤษฎีของฟิลต์จำกัด ได้แก่ พหุนามปฐมฐานและระบบเลขโดด

ในปี ค.ศ. 2003 ฟิทเจอร์อลได้คิดวิธีจำแนกพหุนามปฐมฐานออกจากพหุนามลดทอน ไม่ได้เหนือฟิลต์จำกัด ข้อความของทฤษฎีบทและการพิสูจน์ทฤษฎีบทของฟิทเจอร์อลมีความน่าสนใจ การจำแนกดังกล่าวถูกกำหนดโดยจำนวนพจน์ที่ไม่เป็นศูนย์ในการแทนผลหารที่มีรูปแบบเฉพาะเกี่ยวข้องกับพหุนามที่ต้องการจำแนก จากการขยายผลหารในลักษณะดังกล่าวให้อยู่ในรูปอนุกรมกำลังแล้วจัดสมการเทียบสัมประสิทธิ์ ทำให้เกิดลำดับซ้ำเชิงเส้นเหนือฟิลต์จำกัด การพิสูจน์ทฤษฎีบทของฟิทเจอร์อลใช้ผลเกี่ยวกับจำนวนการเกิดของสมาชิกในลำดับซ้ำเชิงเส้นที่เป็นคาบ ในส่วนแรกของวิทยานิพนธ์ซึ่งเกี่ยวข้องกับพหุนามปฐมฐานเหนือฟิลต์จำกัด เราได้สร้างการจำแนกแบบใหม่สำหรับพหุนามปฐมฐาน ซึ่งการจำแนกแบบใหม่นี้เป็น การดัดแปลงจากวิธีของฟิทเจอร์อล การพิสูจน์ทฤษฎีบทของเราเปิดเผยให้เห็นอย่างแท้จริงถึง โครงสร้างทั่วไปของการพิสูจน์ที่มากกว่าการพิสูจน์ทฤษฎีบทของฟิทเจอร์อล กล่าวคือ ในทฤษฎีบทของเรากำหนดการหารของพหุนามที่ต้องการจำแนกให้เป็นตรรกยะแท้ โดยไม่จำเป็นต้องเป็น การหารลงตัวเหนือฟิลต์จำกัดเหมือนการพิสูจน์ในทฤษฎีบทของฟิทเจอร์อล การจำแนกในทฤษฎีบทของเรายังคงใช้ผลของการนับจำนวนการเกิดของสมาชิกในลำดับซ้ำเชิงเส้นที่เป็นคาบ

ในปี ค.ศ. 2003 ชิเชอร์และทสวาลเนอร์ได้ให้นิยามใหม่สำหรับระบบเลขโดดของสมาชิกในริงพหุนามของสองตัวแปรเหนือฟิลต์จำกัด ซึ่งคล้ายกับระบบเลขโดดของสมาชิกในริงพหุนามของหนึ่งตัวแปร แต่มีลักษณะทั่วไปกว่า ชิเชอร์และทสวาลเนอร์ได้ให้การจำแนกบริบูรณ์สำหรับพหุนามของสองตัวแปร $p(x, y)$ เหล่านี้ว่าพหุนามใดให้การกระจายวายแอดิคจำกัดและพหุนาม

ได้ให้การกระจายรายแอดิดเป็นคาบ ส่วนที่สองของวิทยานิพนธ์ศึกษาถึงสมบัติเชิงพีชคณิตและสมบัติเชิงเลขคณิตบางประการของระบบเลขโคดที่ซีเซอร์และทัสวาลเนอร์ได้นิยามขึ้น เราได้ศึกษาถึงขอบเขตของความยาวของสมาชิกที่มีการกระจายจำกัด ขอบเขตของคาบของสมาชิกที่มีการกระจายเป็นคาบ นอกจากนี้ยังได้ศึกษาถึงเงื่อนไขจำเป็นและเพียงพอสำหรับการกระจายเป็นคาบ เพื่อทำให้มีคาบตามที่กำหนดไว้ และได้ศึกษาถึงการวิเคราะห์เกี่ยวกับการกระจายในกรณีง่ายสุดที่การจำแนกของซีเซอร์และทัสวาลเนอร์ยังไม่ได้ทำการศึกษา

