

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาของปัญหา

การวางแผนการทดลอง (Design of experiments) คือการออกแบบการทดลองเพื่อเลือกกลุ่มของตัวแปรอิสระที่เหมาะสม จากนั้นจึงนำกลุ่มของตัวแปรอิสระที่ออกแบบมาสร้างแผนการทดลองและเริ่มทำการทดลองเพื่อศึกษาสิ่งที่สนใจต่อไป ซึ่งการวางแผนการทดลองเป็นกระบวนการที่มีความสำคัญเป็นอย่างมาก หากวางแผนการทดลองได้ดีจะส่งผลให้แผนการทดลองที่ได้เป็นแผนการทดลองที่เหมาะสม ตลอดจนได้ตัวแบบทางสถิติที่มีประสิทธิภาพ ช่วยลดการสูญเสียเวลาและค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการทดลอง (Montgomery, 2009) การวางแผนการทดลองทางกายภาพ (Physical experiment) เป็นการทดลองที่ผู้ทดลองสามารถทำการทดลองได้จริง ตัวอย่างของการวางแผนการทดลองทางกายภาพเช่น การทดลองทางการเกษตรและการทดลองในห้องปฏิบัติการ เป็นต้น ในกรณีที่การวางแผนการทดลองทางกายภาพไม่สามารถทำการทดลองกับหน่วยทดลองได้จริง เนื่องจากมีข้อจำกัดของการทดลอง เช่น ข้อจำกัดในเรื่องของอุปกรณ์ทดลองที่มีราคาแพง ข้อจำกัดด้านกฎหมายที่ไม่อนุญาตให้การทดลองบางประเภทมีอันตรายต่อมนุษย์ที่ถูกนำมาทดลองหรือมีผลกระทบต่อทรัพยากรธรรมชาติและสิ่งแวดล้อมในประเทศนั้น ๆ เป็นต้น จึงต้องมีการทำการทดลองอีกแบบหนึ่งขึ้นมาที่มีชื่อเรียกว่า การจำลองการทดลองด้วยคอมพิวเตอร์ (Computer simulated experiments: CSE)

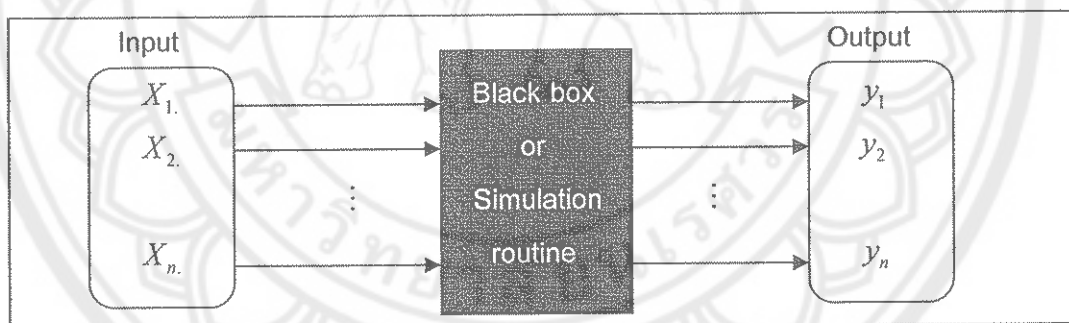
CSE จะใช้กระบวนการจำลองทางคอมพิวเตอร์มาประมวลผลค่าของระดับต่าง ๆ ของตัวแปรอิสระโดยใช้วิธีเชิงตัวเลข (Numerical method) เช่น รหัสสมาชิกจำกัด (Finite element code) เป็นต้น เพื่อให้ได้ค่าของตัวแปรตามออกมาและค่าที่ได้จาก CSE จะมีรูปแบบที่แน่นอน (Deterministic) กล่าวคือ เมื่อทำการทดลองภายใต้เงื่อนไขเดียวกันของตัวแปรอิสระจะทำให้ได้ค่าของตัวแปรตามที่ได้ที่เสมอ (Sacks, et al., 1989) ตัวอย่างของการจำลองการทดลองด้วยคอมพิวเตอร์ คือ การพยากรณ์อากาศ การฉีดยาเข้าในกระแสโลหิตของคนไข้ การจำลองรหัสวงจรเพื่อดูจังหวะของนาฬิกา (Sacks, et al., 1989) การจำลองการทำปฏิกิริยาทางเคมี การจำลองภาชนะเก็บของเหลวเพื่อพยากรณ์การสกัดน้ำมันในขั้นตอนสุดท้ายสำหรับวิศวกรรมปิโตรเคมี (Cheong, 2005) และการพยากรณ์คุณสมบัติของโครงสร้างโลหะภายใต้แรงกดดัน (Koehler and Owen, 1996) เป็นต้น

Simpson, Lin and Chen (2001) ได้อธิบายกระบวนการใน CSE ประกอบด้วย 3 ส่วน คือ

1. การวางแผนการทดลอง เป็นกระบวนการเริ่มต้นใน CSE ที่ประกอบด้วยระดับค่าต่าง ๆ ของตัวแปรอิสระ ในส่วนนี้เป็นการเลือกกลุ่มของตัวแปรอิสระที่ดีที่สุดเข้าไปในส่วนที่ 2 ของกระบวนการทำงานของ CSE

2. กล่องดำ (Black box หรือ Simulation routine) เป็นกระบวนการทำงานที่ไม่สามารถมองเห็นและคาดการณ์ได้ว่าจะเกิดอะไรขึ้นภายใน กระบวนการในกล่องดำจะใช้รหัสทางคอมพิวเตอร์ (Computer code) เช่น รหัสสมาชิกจำกัด (Finite element code) และรหัสพลศาสตร์ของไหล (Fluid dynamic code) เป็นต้น ซึ่งเป็นรูปแบบสมการทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนในการประมวลผลข้อมูลเพื่อให้ได้ค่าของตัวแปรตามออกมา ผลลัพธ์ที่ได้จะแปรผันตามระดับต่าง ๆ ของตัวแปรอิสระและกระบวนการในส่วนนี้จะใช้เวลาในการประมวลผลเป็นเวลานาน

3. ตัวแบบเพื่อการพยากรณ์ (Approximation model) เกิดจากการนำแผนการทดลอง และผลลัพธ์ที่ได้จากกระบวนการในกล่องดำมาสร้างรูปแบบความสัมพันธ์ที่เหมาะสม เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการพยากรณ์ต่อไป ซึ่งกระบวนการทำงานของ CSE ที่กล่าวข้างต้นนี้แสดงได้ดังภาพ 1



ภาพ 1 แสดงกระบวนการทำงานของ CSE

เนื่องจากกระบวนการของ CSE ที่กล่าวมามีข้อจำกัดคือ การประมวลผลข้อมูลใช้เวลานาน และรหัสทางคอมพิวเตอร์มีราคาแพง ดังนั้นการวางแผนการทดลองที่มีประสิทธิภาพจึงเป็นสิ่งที่มีความสำคัญเป็นอย่างมาก กล่าวคือหากแผนการทดลองที่สร้างขึ้นมีจุดทดลองที่กระจายทั่วปริภูมิทดลอง (Design space) จะช่วยประหยัดค่าใช้จ่าย ลดการสิ้นเปลืองเวลาในการประมวลผล และได้ตัวแบบทางสถิติที่มีความแม่นยำในการพยากรณ์สูง

โดยทั่วไปกระบวนการทำงานของ CSE จะใช้ตัวแบบ Kriging (Kriging model) ควบคู่กับแผนการทดลองแบบละตินไฮเพอร์คิวบ์ (Latin hypercube design: LHD) ซึ่ง LHD เป็นแผนการทดลองที่ถูกนำมาใช้อย่างแพร่หลายใน CSE เนื่องจากเป็นแผนการทดลองที่เน้นการกระจายจุดทดลองเพื่อเติมเต็มปริภูมิทดลอง (Space filling) ให้มากที่สุดและการกำหนดจำนวนจุดทดลอง (n) ที่จำนวนตัวแปรอิสระ (d) ต่างๆ ค่อนข้างยืดหยุ่น นั่นคือจำนวนจุดทดลองมีได้หลายระดับ เพราะจำนวนจุดทดลองมีค่าเท่ากับจำนวนระดับของตัวแปรอิสระ อย่างไรก็ตามการสร้างแผนการทดลองแบบ LHD ที่เหมาะสมในกรณีที่มีมิติปัญหามีขนาดใหญ่ขึ้นมักใช้เวลานานเนื่องจากมีจำนวนแผนการทดลองที่เป็นไปได้ทั้งหมดคือ $(n!)^d$

การสร้างแผนการทดลองที่เหมาะสมสำหรับ CSE ประกอบด้วย 2 วิธีคือ วิธีที่ 1 การสร้างแผนการทดลองแบบไม่ใช้ขั้นตอนวิธีการสืบค้น (Non-search based) การสร้างแผนการทดลองโดยวิธีนี้จะสร้างจากทฤษฎีทางคณิตศาสตร์หรือทางสถิติ ดังนั้นแผนการทดลองดังกล่าวจึงมีความยุ่งยากในการสร้างเนื่องจากจะต้องมีทฤษฎีมารองรับและจุดทดลองในบางกรณีไม่มีความยืดหยุ่น เช่น จำนวนจุดทดลองอาจเป็นจำนวนเฉพาะ จำนวนคู่หรือจำนวนคี่ เป็นต้น ดังระบุไว้ในงานวิจัยของ Tang (1993) ที่นำเสนอวิธีการสร้าง LHD โดยใช้แถวลำดับเชิงตั้งฉากระหว่างสดมภ์ของแผนการทดลองหรือเรียกว่าแผนการทดลองแบบละตินไฮเพอร์คิวบ์ที่สร้างจากหลักการแถวลำดับเชิงตั้งฉาก (Orthogonal array-based Latin hypercube design: OALHD) ซึ่งเป็นการหาปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical integration) โดยใช้วิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo method) ซึ่งเป็นวิธีการในการสร้างแผนการทดลองสำหรับ CSE ที่ได้รับความสนใจจากนักวิจัยเป็นจำนวนมาก เนื่องจากแผนการทดลองของ Tang (1993) มีคุณสมบัติเชิงตั้งฉาก ซึ่งเป็นคุณสมบัติที่ใช้ได้ดีเวลานำไปสร้างตัวแบบทางสถิติ เพราะสามารถประมาณอิทธิพลของแต่ละตัวแปรอิสระได้อย่างอิสระต่อกัน ข้อจำกัดของวิธีการสร้างแผนการทดลองของ Tang (1993) คือจุดทดลองไม่มีความยืดหยุ่น กล่าวคือมีมิติปัญหาที่เป็นไปได้ของ OALHD จะขึ้นอยู่กับมิติปัญหาของแถวลำดับเชิงตั้งฉากอย่างเต็มที่ที่สามารถสร้างได้ Ye (1998) ใช้หลักการทางพีชคณิต (Algebraic method) ที่เรียกว่า ผลคูณของไครเน็คเกอร์ (Kronecker product) ในการสร้างแผนการทดลองแบบละตินไฮเพอร์คิวบ์เชิงตั้งฉาก (Orthogonal Latin hypercube design) วิธีดังกล่าวจะทำงานได้เป็นอย่างดีสำหรับการประยุกต์ใช้ใน CSE แต่มีข้อจำกัดคือ จำนวนจุดทดลองไม่ยืดหยุ่น นั่นคือจุดทดลองจะถูกจำกัดอยู่ที่ 2^d หรือ $2^d + 1$ สำหรับจำนวนตัวแปรอิสระคือ $2d - 2$ เท่านั้น และ Butler (2001) นำเสนอการสร้าง LHD แบบต่างๆ โดยใช้หลักการแปลงของวิลเลียม (William transformation) ข้อจำกัดของวิธีนี้คือ จุดทดลองจะต้องเป็นจำนวนคี่หรือจำนวนเฉพาะเท่านั้น ข้อดีของการสร้าง

แผนการทดลองแบบไม่ใช้ขั้นตอนวิธีการสืบค้นคือ แต่ละสดมภ์จะอิสระต่อกัน มีคุณสมบัติในการเติมเต็มจุดทดลองได้ดีและประหยัดเวลาในการค้นหาผลลัพธ์ของแผนการทดลองที่เหมาะสมสำหรับแต่ละมิติปัญหาที่กำหนด

การสร้างแผนการทดลองที่เหมาะสมสำหรับ CSE วิธีที่ 2 คือการสร้างแผนการทดลองโดยใช้ขั้นตอนวิธีการสืบค้น (Search based) การสร้างแผนการทดลองโดยวิธีนี้จะเริ่มต้นจากการสร้างแผนการทดลองแบบ LHD ที่ประกอบด้วย แผนการทดลองแบบละตินไฮเปอร์คิวบ์อย่างสุ่ม (Random Latin hypercube design: RLHD) แผนการทดลองแบบละตินไฮเปอร์คิวบ์ที่สมมาตร (Symmetric Latin hypercube design: SLHD) และ OALHD เป็นต้น จากนั้นจึงหาแผนการทดลองที่เหมาะสมโดยใช้ขั้นตอนวิธีการสืบค้น เช่น ขั้นตอนวิธีรูปแบบสดมภ์ (Columnwise-pairwise algorithm: CP) ขั้นตอนวิธีการสืบค้นแบบซิมูเลทเทดแอนนีลลิง (Simulated annealing algorithm: SA) และขั้นตอนวิธีการสืบค้นแบบเจเนติก (Genetic algorithm: GA) เป็นต้น ควบคู่กับเกณฑ์การเลือกค่าเหมาะสม (Optimality criteria) ซึ่งหลักการแลกเปลี่ยนสมาชิก (Element exchange) เป็นหลักการหนึ่งที่ถูกใช้ในขั้นตอนวิธีการสืบค้น หลักการดังกล่าวจะทำให้ได้แผนการทดลองใหม่โดยการสุ่มเลือกสดมภ์ของเมทริกซ์ของแผนการทดลองมา 1 สดมภ์ จากนั้นจึงสุ่มเลือกแถวของสดมภ์ที่ถูกสุ่มเลือกมา 2 แถวแล้วทำการสลับสมาชิก ข้อดีของวิธีนี้คือ เป็นเทคนิคที่สามารถค้นหาแผนการทดลองที่เหมาะสมและมีคุณลักษณะที่ดีได้ โดยจะเน้นที่การเลือกค่าให้ครอบคลุมปริภูมิทดลองให้มากที่สุดและไม่จำเป็นต้องทำซ้ำค่าของจุดทดลอง ข้อจำกัดคือใช้เวลานานในการค้นหาแผนการทดลองที่เหมาะสม หากมิติใหญ่ขึ้นจะส่งผลให้ใช้เวลาในการค้นหานานยิ่งขึ้น งานวิจัยที่นำเสนอเกี่ยวกับการสร้างแผนการทดลองที่เหมาะสมสำหรับ CSE โดยใช้ขั้นตอนวิธีการสืบค้น เช่น Ye, Li and Sudjianto (2000) นำเสนอการสร้าง SLHD เปรียบเทียบขั้นตอนวิธีของ Park (1994; Morris and Mitchell, 1995 (SA); Li and Wu, 1997 (CP)) ตลอดจนเปรียบเทียบ RLHD และ SLHD โดยใช้มิติของปัญหา 6 มิติที่แตกต่างกัน ผลลัพธ์ที่ได้จากการศึกษาพบว่า เมื่อพิจารณาคุณลักษณะของแผนการทดลองจากค่าของเกณฑ์การเลือกค่าเหมาะสมโดยพิจารณาจากเกณฑ์เอนโทรปี (Entropy criteria) และเกณฑ์แมกซิมิน (Maximin distance criteria) SLHD จะเป็นแผนการทดลองที่ดีกว่า RLHD และขั้นตอนวิธีการสืบค้น SA จะมีประสิทธิภาพมากกว่า CP สำหรับแผนการทดลองมิติขนาดใหญ่ ส่วนแผนการทดลองที่มีมิติขนาดเล็กขั้นตอนวิธีการสืบค้น CP มีประสิทธิภาพมากกว่า SA และ Rungrattanaubol and Na-udom (2007) ได้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีสืบค้น 2 แบบคือ SA และ GA ภายใต้เกณฑ์การเลือกค่าเหมาะสมคือ

เกณฑ์ ϕ_p ที่ใช้ในการสร้างแผนการทดลองแบบ LHD ที่เหมาะสม ผลการวิจัยพบว่า SA มีประสิทธิภาพดีกว่า GA

นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยที่ศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับการสร้างแผนการทดลองสำหรับ CSE จากผู้วิจัยอื่นๆ สามารถสรุปได้ดังนี้ Leary, Bhaskar and Keane (2003) ได้ทำการศึกษการสร้าง LHD โดยใช้แนวคิดของแถวลำดับเชิงตั้งฉาก (Orthogonal array: OA) ผลการศึกษารายงานว่า OALHD มีคุณสมบัติในการเติมเต็มปริภูมิทดลองได้ดีกว่า RLHD และ Na-udom (2007) ได้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนการทดลองแบบ LHD ที่แตกต่างกันและนำแผนการทดลองดังกล่าวมาสร้างตัวแบบ Kriging และพิจารณาค่าความแม่นยำในการพยากรณ์ โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความแม่นยำในการพยากรณ์คือ รากที่สองของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Root mean squared error: RMSE) ผลการศึกษาที่ได้คือ SLHD และแผนการทดลองแบบละตินไฮเปอร์คิวบ์เชิงตั้งฉากที่สร้างจากหลักการแปลงของวิลเลียมจะเป็นแผนการทดลองที่ดีกว่าแผนการทดลองอื่น ๆ สำหรับมิติปัญหาขนาดเล็กและมิติปัญหามาตรฐานตามลำดับ

จากการศึกษาข้างต้นจะเห็นได้ว่า RLHD, SLHD and OALHD ต่างก็มีข้อดีและข้อจำกัดที่ต่างกัน ดังนั้นการวิจัยครั้งนี้จึงมีจุดมุ่งหมายที่จะศึกษาการสร้างแผนการทดลองที่เหมาะสมของ LHD ทั้ง 3 แบบคือ RLHD, SLHD และ OALHD ตามลำดับ ตลอดจนพิจารณาคุณลักษณะของแผนการทดลองทั้ง 3 แผนการทดลองจากค่าของเกณฑ์การเลือกค่าที่เหมาะสมได้แก่ เกณฑ์ ϕ_p เกณฑ์แมกซิมินและค่าเฉลี่ยของสหสัมพันธ์ระหว่างสดมภ์ของแผนการทดลอง (Mean of correlation between design columns) และเปรียบเทียบความแม่นยำในการพยากรณ์ของตัวแบบทางสถิติ 2 ตัวแบบคือ วิธีการพื้นผิวตอบสนอง (Response surface methodology: RSM) และตัวแบบ Kriging ที่สร้างจากข้อมูลที่ได้จากแผนการทดลองทั้ง 3 แบบโดยพิจารณาจากค่า RMSE

จุดมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาการสร้างแผนการทดลองแบบละตินไฮเปอร์คิวบ์ที่เหมาะสมสำหรับการจำลองการทดลองด้วยคอมพิวเตอร์ 3 แบบ ได้แก่ RLHD, SLHD และ OALHD
2. เพื่อพิจารณาคุณลักษณะของแผนการทดลองแบบละตินไฮเปอร์คิวบ์ที่เหมาะสมทั้ง 3 แบบสำหรับการจำลองการทดลองด้วยคอมพิวเตอร์จากค่าของเกณฑ์การเลือกค่าที่เหมาะสมได้แก่ เกณฑ์ ϕ_p เกณฑ์แมกซิมิน และค่าเฉลี่ยของสหสัมพันธ์ระหว่างสดมภ์ของแผนการทดลอง
3. เพื่อเปรียบเทียบความแม่นยำในการพยากรณ์ของตัวแบบทางสถิติคือ RSM และตัวแบบ Kriging ที่สร้างจากข้อมูลที่ได้จากแผนการทดลองแบบ RLHD, SLHD และ OALHD

ความสำคัญของการวิจัย

1. ทราบถึงการสร้างและได้แผนการทดลองแบบละตินไฮเปอร์คิวบ์แบบต่าง ๆ ที่เหมาะสมสำหรับการจำลองการทดลองด้วยคอมพิวเตอร์
2. ทราบถึงแผนการทดลองแบบละตินไฮเปอร์คิวบ์ที่ดีที่สุดสำหรับการจำลองการทดลองด้วยคอมพิวเตอร์ในแต่ละมิติปัญหา
3. ทราบถึงความแม่นยำในการพยากรณ์ของตัวแบบทางสถิติที่สร้างจากข้อมูลที่ได้จากแผนการทดลองแบบละตินไฮเปอร์คิวบ์แบบต่าง ๆ
4. เพื่อเป็นแนวทางในการพิจารณาแก่ผู้ที่สนใจได้นำแผนการทดลองแบบละตินไฮเปอร์คิวบ์ที่เหมาะสมในแต่ละมิติปัญหาไปประยุกต์ใช้

ขอบเขตของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตของการวิจัยดังนี้

1. กำหนดแผนการทดลองแบบ LHD 3 แบบ ได้แก่ RLHD, SLHD, OALHD
2. หาแผนการทดลองแบบ LHD ที่เหมาะสมทั้ง 3 แบบ โดยใช้ขั้นตอนวิธีการสืบค้น คือ SA ภายใต้เกณฑ์การเลือกค่าเหมาะสม คือ เกณฑ์ ϕ_p
3. กำหนดมิติปัญหาจากมิติปัญหาที่เป็นไปได้ของแถวลำดับเชิงตั้งฉากอย่างสุ่ม (Random orthogonal array) ที่นำเสนอโดย Tang (1993; Bose and Bush, 1952) ดังตาราง 1 เนื่องจาก OALHD จะสร้างได้นั้นมิติปัญหาที่ใช้สร้างแถวลำดับเชิงตั้งฉากอย่างสุ่มจะต้องสามารถสร้างได้ก่อน

ตาราง 1 แสดงมิติปัญหา

d	n
2	9
3	16
4	16
5	16
6	25
7	49
8	49

ตาราง 1 (ต่อ)

d	n
9	64
10	81

4. พิจารณาคุณลักษณะของแผนการทดลองแบบ LHD ทั้ง 3 แบบสำหรับ CSE จากค่าของเกณฑ์การเลือกค่าเหมาะสม ได้แก่ เกณฑ์ ϕ_p เกณฑ์แมกซิมิน และค่าเฉลี่ยของสหสัมพันธ์ระหว่างสดมภ์ของแผนการทดลอง

5. กำหนดตัวแบบทางสถิติที่ใช้เปรียบเทียบความแม่นยำในการพยากรณ์คือ RSM และตัวแบบ Kriging ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบคือ RMSE

6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย (Mean) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation: S.D.) สัมประสิทธิ์การแปรผัน (Coefficient of variation: C.V.) ค่าต่ำสุด (Minimum) และค่าสูงสุด (Maximum) ของ RMSE ในแต่ละมิติปัญหา

7. กำหนดปัญหาทดสอบ (Test problem) ที่ใช้เปรียบเทียบความแม่นยำในการพยากรณ์ของตัวแบบทางสถิติ 2 ตัวแบบที่สร้างจากข้อมูลที่ได้จากแผนการทดลองแบบ LHD จำนวน 3 แบบ ซึ่งผู้วิจัยได้เลือกปัญหาทดสอบที่มีลักษณะแบบไม่เชิงเส้น (Non-linear problem) ดังแสดงในตาราง 2

ตาราง 2 แสดงปัญหาทดสอบ

d	แผนการ- ทดลอง	ปัญหา	ฟังก์ชัน	จำนวน จุดทดสอบ
2	RLHD	Welch	$f(x_1, x_2) = [30 + x_1 \sin(x_1)](4 + e^{-x_2})$; $0 \leq x_1, x_2 \leq 5$	81
	SLHD	function		
	OALHD	(Welch et al., 1992)		
3	RLHD	3D function	$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)^2 + (x_2 + x_3)^2$; $-10 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 10$	500
	SLHD	(Hock and		
	OALHD	Schittkowski, 1981)		

ตาราง 2 (ต่อ)

d	แผนการ- ทดลอง	ปัญหา	ฟังก์ชัน	จำนวน จุดทดสอบ
4	RLHD SLHD OALHD	Pressure vessel function (Simpson, 1998)	$f(x_1, x_2, \dots, x_4) = 0.6224x_3x_1x_2 + 1.7781x_4x_1^2$ $+ 3.1661x_3^2x_2 + 19.84x_3^2x_1$ $; 25 \leq x_1 \leq 150, 25 \leq x_2 \leq 240, 1 \leq x_3 \leq 1.375$ $, 0.625 \leq x_4 \leq 1$	500
5	RLHD SLHD OALHD	MS5 function (ธรรมรัตน์ ธรรมมา, 2551)	$f(x_1, x_2, \dots, x_5) = (x_1 - 1)^2 + (x_1 - x_2)^2$ $+ (x_2 - x_3)^3 + (x_3 - x_4)^4 + (x_4 - x_5)^4$ $; -5 \leq x_1, x_2, \dots, x_4 \leq 5$	500
6	RLHD SLHD OALHD	6D function	$f(x_1, x_2, \dots, x_6) = 174.42 \left(\frac{x_1}{x_5} \right) \left(\frac{x_3}{x_2 - x_1} \right)^{0.85} \times$ $\sqrt{\frac{1 - 2.62 \left\{ 1 - 0.36(x_4/x_2)^{-0.56} \right\}^{3/2} (x_4/x_2)^{1.16}}{0.75x_6}}$ $; 0.09 \leq x_1 \leq 0.11, 0.27 \leq x_2 \leq 0.33,$ $0.09 \leq x_3 \leq 0.11, 0.09 \leq x_4 \leq 0.11,$ $1.35 \leq x_5 \leq 1.65, 14.4 \leq x_6 \leq 17.6$	500
7	RLHD SLHD OALHD	Cyclone model (Ye, Li and Sudjianto, 2000)	$f(x_1, x_2, \dots, x_7) = 174.42 \left(\frac{x_1}{x_5} \right) \left(\frac{x_3}{x_2 - x_1} \right)^{0.85} \times$ $\sqrt{\frac{1 - 2.62 \left\{ 1 - 0.36(x_4/x_2)^{-0.56} \right\}^{3/2} (x_4/x_2)^{1.16}}{x_6x_7}}$ $; 0.09 \leq x_1 \leq 0.11, 0.27 \leq x_2 \leq 0.33,$ $0.09 \leq x_3 \leq 0.11, 0.09 \leq x_4 \leq 0.11,$ $1.35 \leq x_5 \leq 1.65, 14.4 \leq x_6 \leq 17.6,$ $0.675 \leq x_7 \leq 0.825$	500

ตาราง 2 (ต่อ)

d	แผนการ- ทดลอง	ปัญหา	ฟังก์ชัน	จำนวน จุดทดสอบ
8	RLHD SLHD OALHD	Borehole function (Palmer and Tsui, 2001)	$f(x_1, x_2, \dots, x_8) = \frac{2\pi x_3 (x_4 - x_6)}{\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) \left\{ 1 + \frac{2x_7 x_3}{\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) x_1^2 x_8} + \frac{x_3}{x_5} \right\}}$ $; 0.05 \leq x_1 \leq 0.15, 100 \leq x_2 \leq 50000,$ $63070 \leq x_3 \leq 115600, 990 \leq x_4 \leq 1110,$ $63.1 \leq x_5 \leq 116, 700 \leq x_6 \leq 820,$ $1120 \leq x_7 \leq 1680, 9855 \leq x_8 \leq 12045$	500
9	RLHD SLHD OALHD	9D function	$f(x_1, x_2, \dots, x_9) = \sum_{j=1}^9 \left[\frac{3}{10} + \sin\left(\frac{16}{15}x_j - 1\right) + \sin^2\left(\frac{16}{15}x_j - 1\right) \right] + 0.2828521801$ $; -1 \leq x_1, x_2, \dots, x_9 \leq 1$	500
10	RLHD SLHD OALHD	10D function (Mullur and Messac, 2006)	$f(x_1, x_2, \dots, x_{10}) = \sum_{j=1}^{10} \left[\frac{3}{10} + \sin\left(\frac{16}{15}x_j - 1\right) + \sin^2\left(\frac{16}{15}x_j - 1\right) \right] ; -1 \leq x_1, x_2, \dots, x_{10} \leq 1$	500

8. ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาได้จากการจำลองการทดลองด้วยคอมพิวเตอร์โดยใช้โปรแกรม R 2.10.1