

บทที่ 3

วิธีดำเนินงานวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยต้องการศึกษาการสร้างแผนการทดลองแบบละตินไฮเปอร์คิวบ์ที่เหมาะสม 3 แบบ ได้แก่ แผนการทดลองละตินไฮเปอร์คิวบ์อย่างสุ่ม แผนการทดลองละตินไฮเปอร์คิวบ์ที่สมมาตรและแผนการทดลองละตินไฮเปอร์คิวบ์ที่สร้างจากหลักการแถวลำดับเชิงตั้งฉากสำหรับการจำลองการทดลองด้วยคอมพิวเตอร์ จากนั้นจึงพิจารณาคุณลักษณะของแผนการทดลองแบบละตินไฮเปอร์คิวบ์ที่เหมาะสม 3 แบบจากค่าของเกณฑ์การเลือกค่าเหมาะสมคือ เกณฑ์ ϕ_p เกณฑ์แมกซ์มินและค่าเฉลี่ยของสหสัมพันธ์ระหว่างสดมภ์ของแผนการทดลอง หลังจากได้แผนการทดลองแบบละตินไฮเปอร์คิวบ์ที่เหมาะสม 3 แบบ โดยพิจารณาคุณลักษณะของแผนการทดลองในแต่ละมิติปัญหาแล้ว ขั้นตอนต่อไปจึงทำการเปรียบเทียบความแม่นยำในการพยากรณ์ของตัวแบบทางสถิติ ได้แก่ RSM และตัวแบบ Kriging ที่สร้างจากแผนการทดลองแบบละตินไฮเปอร์คิวบ์ที่เหมาะสม 3 แบบ โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความแม่นยำในการพยากรณ์ของตัวแบบทางสถิติคือ รากที่สองของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ซึ่งขั้นตอนการดำเนินการวิจัยมีดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

การดำเนินการวิจัย มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. กำหนดมิติปัญหา ได้แก่ จำนวนจุดทดลอง (n) และจำนวนตัวแปรอิสระ (d)

ดังตาราง 1

2. กำหนดปัญหาทดสอบสำหรับแต่ละมิติปัญหา ซึ่งปัญหาทดสอบที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้มีลักษณะแบบไม่เชิงเส้น มีจำนวนทั้งหมด 9 ปัญหาทดสอบ ปัญหาที่มีความซับซ้อนมากคือ ปัญหาทดสอบ 2 มิติ และปัญหาทดสอบ 5 ถึง 8 มิติ ส่วนปัญหาทดสอบในมิติปัญหาอื่นๆ จะเป็นปัญหาทดสอบที่ซับซ้อนน้อย รายละเอียดของแต่ละปัญหาทดสอบมีดังนี้

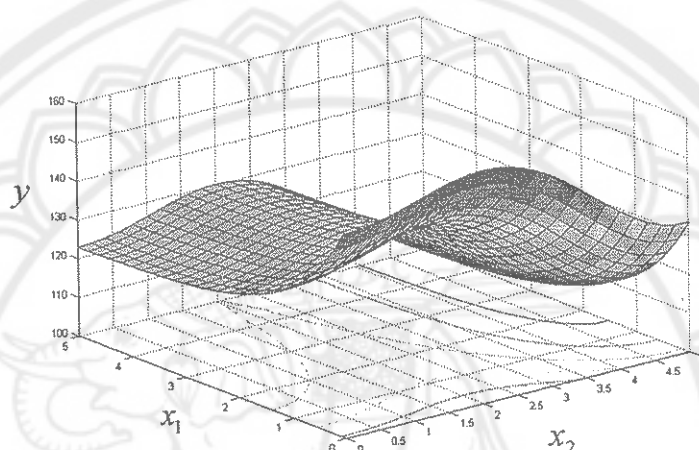
2.1 ปัญหาทดสอบ 2 มิติ

ปัญหาทดสอบ 2 มิติ ที่นำมาใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้คือ Welch function ซึ่งปัญหาทดสอบดังกล่าวมีรูปแบบของสมการ ดังนี้

$$f(x_1, x_2) = [30 + x_1 \sin(x_1)](4 + e^{-x_2}) \quad (30)$$

โดยที่ $0 \leq x_1, x_2 \leq 5$

สำหรับความซับซ้อนของปัญหาทดสอบดังกล่าว อธิบายได้ดังภาพ 11



ภาพ 11 แสดงภาพ 3 มิติ สำหรับ Welch function

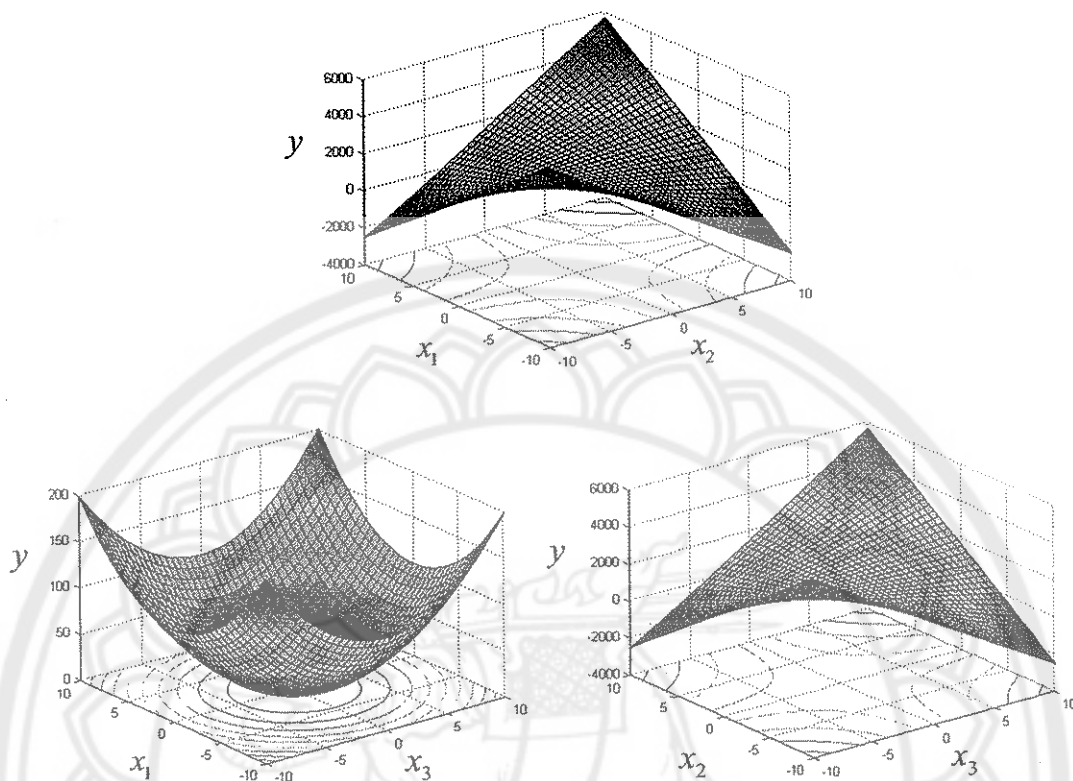
2.2 ปัญหาทดสอบ 3 มิติ

ปัญหาทดสอบ 3 มิติ ที่นำมาใช้ในการศึกษาค้างนี้คือ 3D function ซึ่งปัญหาทดสอบดังกล่าวมีรูปแบบของสมการ ดังนี้

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)^2 + (x_2 + x_3)^2 \quad (31)$$

โดยที่ $-10 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 10$

สำหรับความซับซ้อนของปัญหาทดสอบดังกล่าว อธิบายได้ดังภาพ 12



ภาพ 12 แสดงภาพ 3 มิติ สำหรับ 3D function

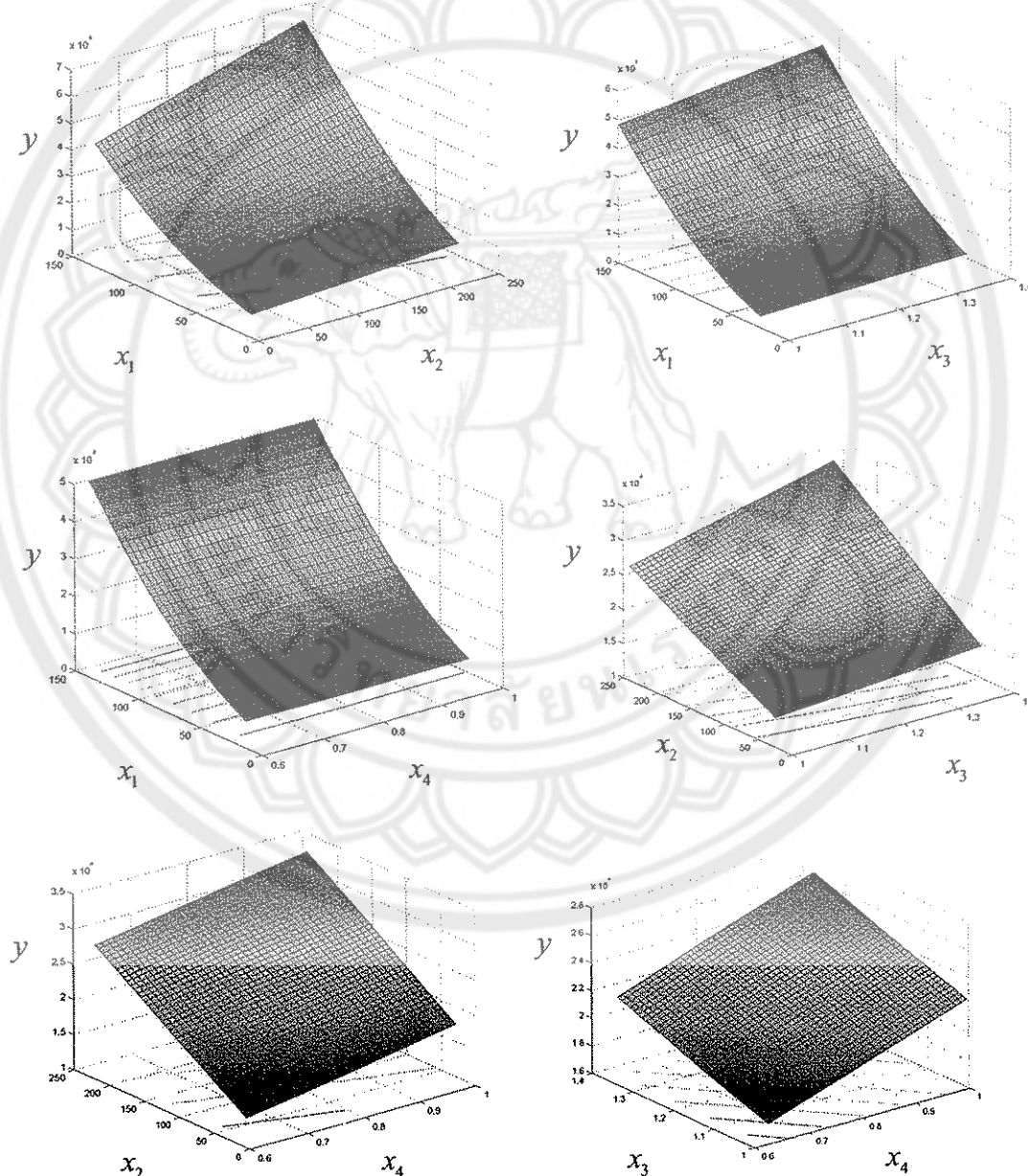
2.3 ปัญหาทดสอบ 4 มิติ

ปัญหาทดสอบ 4 มิติ ที่นำมาใช้ในการศึกษาค้างนี้คือ Pressure vessel function ปัญหาทดสอบดังกล่าวเกิดจากการออกแบบการทดลองของท่อความดัน ประกอบด้วย ตัวแปรรีอิสระ 4 ตัวแปร ได้แก่ รัศมีของท่อทรงกระบอก (x_1) ความยาวของท่อทรงกระบอก (x_2) ความหนาของส่วนที่หุ้มท่อทรงกระบอก (x_3) และความหนาของส่วนที่หุ้มท่อทรงกระบอก ในบริเวณปลายท่อที่มีลักษณะเป็นทรงกลม (x_4) จุดมุ่งหมายของการออกแบบการทดลอง ดังกล่าวคือ เพื่อให้ต้นทุนรวมมีค่าต่ำสุด ซึ่งประกอบด้วย ต้นทุนที่ใช้ในการเชื่อมโลหะ ต้นทุนของวัตถุดิบและต้นทุนในการสร้างรูปแบบ ซึ่งรูปแบบของสมการสำหรับหาต้นทุนรวมกำหนดไว้ในรูปแบบของสมการ ดังนี้

$$f(x_1, x_2, \dots, x_4) = 0.6224x_3x_1x_2 + 1.7781x_4x_1^2 + 3.1661x_3^2x_2 + 19.84x_3^2x_1 \quad (32)$$

โดยที่ $25 \leq x_1 \leq 150, 25 \leq x_2 \leq 240, 1 \leq x_3 \leq 1.375, 0.625 \leq x_4 \leq 1$

สำหรับความซับซ้อนของปัญหาทดสอบดังกล่าว อธิบายได้ดังภาพ 13



ภาพ 13 แสดงภาพ 3 มิติ สำหรับ Pressure vessel function

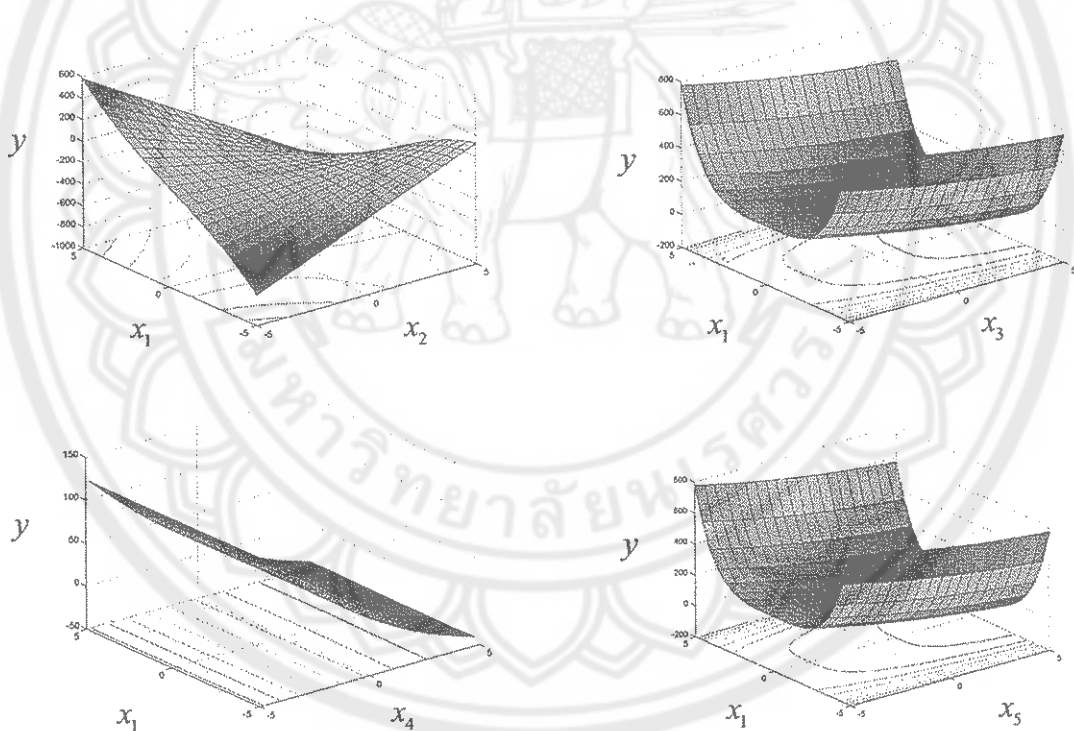
2.4 ปัญหาทดสอบ 5 มิติ

ปัญหาทดสอบ 5 มิติ ที่นำมาใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้คือ MS5 function ซึ่งปัญหาทดสอบดังกล่าวมีรูปแบบของสมการ ดังนี้

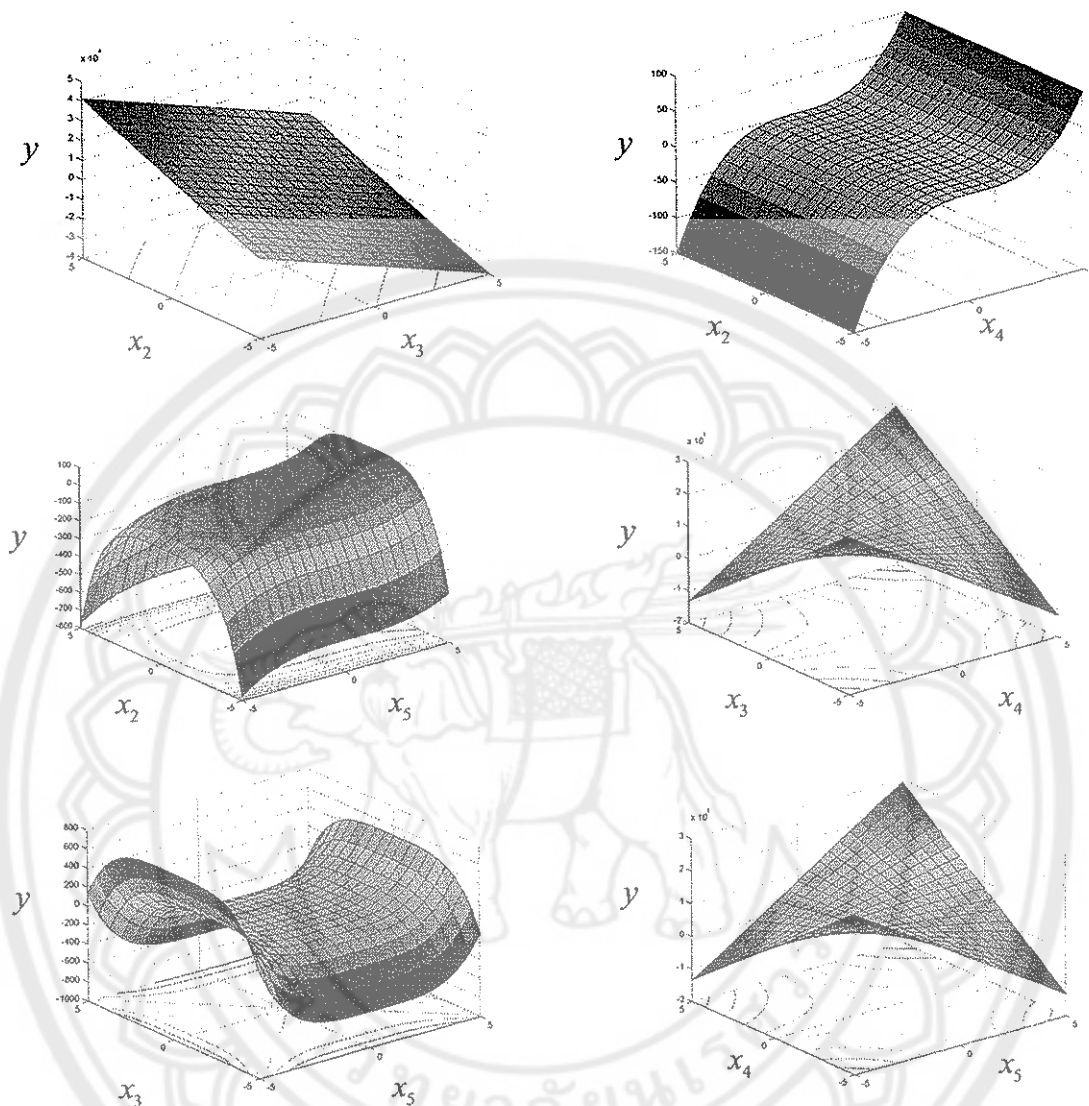
$$f(x_1, x_2, \dots, x_5) = (x_1 - 1)^2 + (x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^3 + (x_3 - x_4)^4 + (x_4 - x_5)^4 \quad (33)$$

โดยที่ $-5 \leq x_1, x_2, \dots, x_5 \leq 5$

สำหรับความซับซ้อนของปัญหาทดสอบดังกล่าว อธิบายได้ดังภาพ 14



ภาพ 14 แสดงภาพ 3 มิติ สำหรับ MS5 function



ภาพ 14 (ต่อ)

2.5 ปัญหาทดสอบ 6 มิติ

ปัญหาทดสอบ 6 มิติ ที่นำมาใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้คือ 6D function ซึ่งปัญหาทดสอบดังกล่าวเกิดจากการกำหนดให้ตัวแปรอิสระตัวสุดท้าย (x_7) ของ Cyclone model ในตาราง 2 คงที่ ดังนั้นปัญหาทดสอบดังกล่าวจึงมีรูปแบบของสมการดังนี้

$$f(x_1, x_2, \dots, x_6) = 174.42 \left(\frac{x_1}{x_5} \right) \left(\frac{x_3}{x_2 - x_1} \right)^{0.85} \sqrt{\frac{1 - 2.62 \left\{ 1 - 0.36 (x_4 / x_2)^{-0.56} \right\}^{3/2} (x_4 / x_2)^{1.16}}{0.75 x_6}} \quad (34)$$

โดยที่ $0.09 \leq x_1 \leq 0.11, 0.27 \leq x_2 \leq 0.33, 0.09 \leq x_3 \leq 0.11,$
 $0.09 \leq x_4 \leq 0.11, 1.35 \leq x_5 \leq 1.65, 14.4 \leq x_6 \leq 17.6$

2.6 ปัญหาทดสอบ 7 มิติ

ปัญหาทดสอบ 7 มิติ ที่นำมาใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้คือ Cyclone model ซึ่งเป็นการออกแบบการทดลองของพายุไซโคลน ปัญหาทดสอบดังกล่าวเป็นปัญหาที่ใช้ทางวิศวกรรมเคมี เพื่อแยกมวลสารที่เป็นของแข็งและมวลสารที่เป็นก๊าซออกจากกัน รูปแบบความสัมพันธ์ของสมการมีดังนี้

$$f(x_1, x_2, \dots, x_7) = 174.42 \left(\frac{x_1}{x_5} \right) \left(\frac{x_3}{x_2 - x_1} \right)^{0.85} \sqrt{\frac{1 - 2.62 \left\{ 1 - 0.36 (x_4 / x_2)^{-0.56} \right\}^{3/2} (x_4 / x_2)^{1.16}}{x_6 x_7}} \quad (35)$$

สำหรับรายละเอียดช่วงของตัวแปรอิสระ 7 ตัวแปรใน Cyclone model แสดงดังตาราง 3

ตาราง 3 แสดงรายละเอียดช่วงของตัวแปรอิสระ 7 ตัวแปรใน Cyclone model

ตัวแปรอิสระ	คำอธิบายของตัวแปรอิสระ	ขอบเขตล่าง	ขอบเขตบน
x_1	เส้นผ่านศูนย์กลางของพายุไซโคลน ส่วนที่ 1 (เมตร)	0.09	0.11
x_2	เส้นผ่านศูนย์กลางของพายุไซโคลน ส่วนที่ 2 (เมตร)	0.27	0.33
x_3	เส้นผ่านศูนย์กลางของพายุไซโคลน ส่วนที่ 3 (เมตร)	0.09	0.11
x_4	เส้นผ่านศูนย์กลางของพายุไซโคลน ส่วนที่ 4 (เมตร)	0.09	0.11
x_5	สัมประสิทธิ์ทางกายภาพ	1.35	1.65
x_6	อัตราเร็วของก๊าซ (เมตรต่อวินาที)	14.4	17.6
x_7	ความสูงของพายุไซโคลน (เมตร)	0.675	0.825

2.7 ปัญหาทดสอบ 8 มิติ

ปัญหาทดสอบ 8 มิติ ที่นำมาใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้คือ Borehole function ซึ่งเป็นการออกแบบการทดลองของการไหลของน้ำผ่านท่อที่เจาะลงไปได้ดิน (Borehole) โดยการไหลของน้ำจะไหลจากชั้นหินตอนบนไปยังท่อที่เจาะลงไปได้ดิน และจากท่อที่เจาะลงไปได้ดินไปยังชั้นหินตอนล่าง ซึ่งอัตราการไหลของน้ำผ่านท่อที่เจาะลงไปได้ดินจะถูกกำหนดโดยตัวแปรอิสระ 8 ตัวแปร ดังแสดงในรูปแบบของสมการต่อไปนี้

$$f(x_1, x_2, \dots, x_8) = \frac{2\pi x_3 (x_4 - x_6)}{\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) \left\{ 1 + \frac{2x_7 x_3}{\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) x_1^2 x_8} + \frac{x_3}{x_5} \right\}} \quad (36)$$

สำหรับรายละเอียดช่วงของตัวแปรอิสระ 8 ตัวแปรใน Borehole function แสดงดังตาราง 4

ตาราง 4 แสดงรายละเอียดช่วงของตัวแปรอิสระ 8 ตัวแปรใน Borehole function

ตัวแปรอิสระ	คำอธิบายของตัวแปรอิสระ	ขอบเขตล่าง	ขอบเขตบน
x_1	รัศมีของท่อที่เจาะลงไปได้ดิน (เมตร)	0.05	0.15
x_2	รัศมีของอินพุทเอนซ์ (เมตร)	100	50000
x_3	การส่งผ่านการไหลของน้ำในชั้นหินตอนบน (ตารางเมตรต่อปี)	63070	115600
x_4	ส่วนบนสุดในอุปกรณ์วัดระดับความดันไฟฟ้าของ ชั้นหินตอนบน (เมตร)	990	1110
x_5	การส่งผ่านการไหลของน้ำในชั้นหินตอนล่าง (ตารางเมตรต่อปี)	63.1	116
x_6	ส่วนบนสุดในอุปกรณ์วัดระดับความดันไฟฟ้าของ ชั้นหินตอนล่าง (เมตร)	700	820

ตาราง 4 (ต่อ)

ตัวแปรอิสระ	คำอธิบายของตัวแปรอิสระ	ขอบเขตล่าง	ขอบเขตบน
x_7	ความยาวของท่อที่จะลงไปได้ดิน (เมตร)	1120	1680
x_8	คุณสมบัติในการสื่อนำพลังงานไฮดรอลิกของท่อที่จะลงไปได้ดิน (เมตรต่อปี)	9855	12045

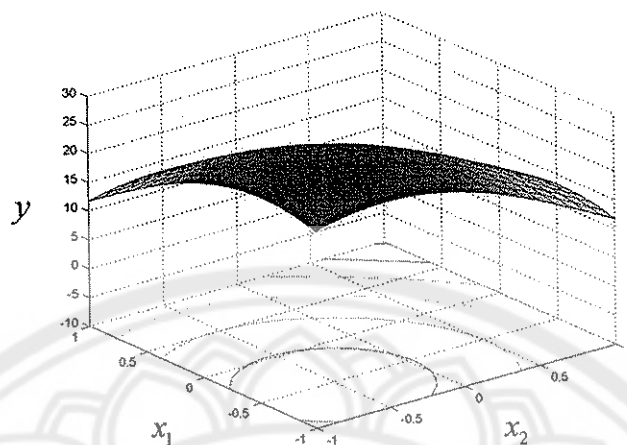
2.8 ปัญหาทดสอบ 9 มิติ

ปัญหาทดสอบ 9 มิติ ที่นำมาใช้ในการศึกษาครั้งนี้คือ 9D function ซึ่งปัญหาทดสอบดังกล่าวเกิดจากการกำหนดให้ตัวแปรอิสระตัวสุดท้าย (x_{10}) ของ 10D function ในตาราง 2 คงที่ ดังนั้นปัญหาทดสอบดังกล่าวจึงมีรูปแบบของสมการดังนี้

$$f(x_1, x_2, \dots, x_9) = \sum_{j=1}^9 \left[\frac{3}{10} + \sin\left(\frac{16}{15}x_j - 1\right) + \sin^2\left(\frac{16}{15}x_j - 1\right) \right] + 0.2828521801 \quad (37)$$

โดยที่ $-1 \leq x_1, x_2, \dots, x_9 \leq 1$

สำหรับความซับซ้อนของปัญหาทดสอบดังกล่าว อธิบายได้ดังภาพ 14 ซึ่งภาพดังกล่าวจะแสดงเฉพาะความซับซ้อนของตัวแปรอิสระ (x_1, x_2) เท่านั้น เนื่องจากความซับซ้อนที่เกิดจากตัวแปรอื่นๆ จะมีลักษณะความซับซ้อนของปัญหาทดสอบเหมือนกัน



ภาพ 15 แสดงภาพ 3 มิติ สำหรับ 9D function

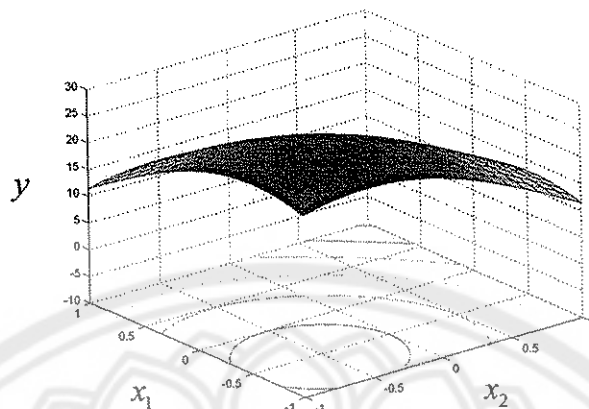
2.9 ปัญหาทดสอบ 10 มิติ

ปัญหาทดสอบ 10 มิติ ที่นำมาใช้ในการศึกษาค้างนี้คือ 10D function ซึ่งปัญหาทดสอบดังกล่าวมีรูปแบบของสมการ ดังนี้

$$f(x_1, x_2, \dots, x_{10}) = \sum_{j=1}^{10} \left[\frac{3}{10} + \sin\left(\frac{16}{15}x_j - 1\right) + \sin^2\left(\frac{16}{15}x_j - 1\right) \right] \quad (38)$$

โดยที่ $-1 \leq x_1, x_2, \dots, x_{10} \leq 1$

สำหรับความซับซ้อนของปัญหาทดสอบดังกล่าว อธิบายได้ดังภาพ 15 ซึ่งภาพดังกล่าวจะแสดงเฉพาะความซับซ้อนของตัวแปรอิสระ (x_1, x_2) ส่วนความซับซ้อนระหว่างตัวแปรอิสระคู่อื่น ๆ จะมีความซับซ้อนของปัญหาทดสอบเหมือนกัน



ภาพ 16 แสดงภาพ 3 มิติ สำหรับ 10D function

จากปัญหาทดสอบที่กล่าวมาข้างต้น เมื่อต้องการพิจารณาความแม่นยำในการพยากรณ์ของตัวแบบทางสถิติที่สร้างจากแผนการทดลองแบบละตินไฮเพอร์คิวบ์ที่เหมาะสมแบบต่าง ๆ ในขั้นตอนของการสร้างตัวแบบทางสถิติ จะมีขั้นตอนหนึ่งที่จะต้องแปลงค่าของตัวแปรอิสระจาก $[0,1]^d$ เป็นค่าจริงในแต่ละปัญหาทดสอบ โดยแทนค่าในสูตรต่อไปนี้

$$x(i) = \min + |\max - \min| \times [0,1]^d \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, \dots, d$$

3. สร้างแผนการทดลองแบบ LHD 3 แบบ ได้แก่ RLHD, SLHD และ OALHD ตามลำดับ

4. หาแผนการทดลองแบบ LHD ที่เหมาะสม 3 แบบ โดยใช้ขั้นตอนวิธีการสืบค้นคือ SA ภายใต้เกณฑ์การเลือกค่าเหมาะสมคือ เกณฑ์ ϕ_p

5. คำนวณหาค่าต่ำสุด ค่าสูงสุด พิสัย ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและสัมประสิทธิ์การแปรผันของเกณฑ์การเลือกค่าเหมาะสม 3 เกณฑ์ ได้แก่ เกณฑ์ ϕ_p , เกณฑ์แม็กซิมิน และค่าเฉลี่ยของสหสัมพันธ์ระหว่างสดมภ์ของแผนการทดลองแบบ LHD ที่เหมาะสมแบบต่าง ๆ

ซึ่งสัมประสิทธิ์การแปรผัน (Coefficient of variation) ใช้สำหรับเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลตั้งแต่ 2 กลุ่มใด ๆ ที่ถูกวัดด้วยหน่วยที่แตกต่างกันหรือค่าของข้อมูลต่างกันอย่างมากมาย ซึ่งการกระจายของข้อมูลดังกล่าวเป็นการกระจายแบบสัมพัทธ์ สัญลักษณ์ที่ใช้คือ $C.V.$ การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันสามารถทำได้ดังนี้

$$C.V. = \frac{S.D.}{Mean} \times 100\% \quad (39)$$

6. สร้างตัวแบบทางสถิติ 2 ตัวแบบคือ RSM และตัวแบบ Kriging ดังนี้

6.1 RSM

หาค่าของตัวประมาณโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดของ β คือ

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y_0$$

แทนค่า $\hat{\beta}$ ในตัวแบบเพื่อหาค่าพยากรณ์ จะได้ว่า

$$\hat{y} = X \hat{\beta}$$

6.2 ตัวแบบ Kriging

หาค่าประมาณโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดของ β และ σ^2 ดังนี้

$$\hat{\beta} = (I^T R^{-1} I)^{-1} I^T R^{-1} y_0$$

และ

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} (y_0 - I \hat{\beta})^T R^{-1} (y_0 - I \hat{\beta})$$

สร้างตัวพยากรณ์ของ $y(x)$ คือ $\hat{y}(x)$ จากสมการ

$$\hat{y}(x) = \hat{\beta} + r^T(x) R^{-1} (y_0 - I \hat{\beta})$$

$$\text{ซึ่ง } r(x) = [R(x, x_1) R(x, x_2) \dots R(x, x_n)]^T$$

8. กำหนดจุดทดสอบจำนวน 81 จุดทดสอบสำหรับปัญหาทดสอบ 2 มิติ โดยสร้างจากจุดตาข่าย (Grid points) และ 500 จุดทดสอบสำหรับปัญหาทดสอบ 3 ถึง 10 มิติ โดยสร้างจากการสุ่มเนื่องจากมิติของปัญหามีขนาดใหญ่ ทำให้การสร้างจุดทดสอบจากจุดตาข่ายทำได้ยาก และคำนวณค่าตัวแปรตามที่เป็นจริงสำหรับแต่ละจุดทดสอบ ($y(i), i = 1, 2, \dots, k$)

9. คำนวณหาค่า RMSE และเปรียบเทียบค่า RMSE ของ RSM และตัวแบบ Kriging โดยพิจารณาจากค่าต่ำสุด ค่าสูงสุด พิสัย ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์การแปรผันของ RMSE ซึ่ง RMSE เป็นเกณฑ์ที่ใช้วัดความแม่นยำในการพยากรณ์ของตัวแบบทางสถิติ คือ RSM และตัวแบบ Kriging ที่สร้างจากแผนการทดลองแบบ LHD ที่เหมาะสมแบบต่าง ๆ ที่ได้จากขั้นตอนวิธีการสุ่มค้น SA ซึ่งตัวแบบทางสถิติที่สร้างจากแผนการทดลองแบบ LHD ที่เหมาะสมแบบต่าง ๆ ตัวแบบใดมีค่า RMSE น้อยที่สุด แสดงว่าตัวแบบดังกล่าวเป็นตัวแบบทางสถิติที่มีความแม่นยำในการพยากรณ์สูงที่สุด และ RMSE สามารถคำนวณได้จากสมการต่อไปนี้

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (y_i - \hat{y}_i)^2}{k}} \quad (40)$$

โดยที่ $\hat{y}_i$ คือค่าพยากรณ์ที่ได้จาก RSM และตัวแบบ Kriging สำหรับจุดทดสอบจุดที่ i

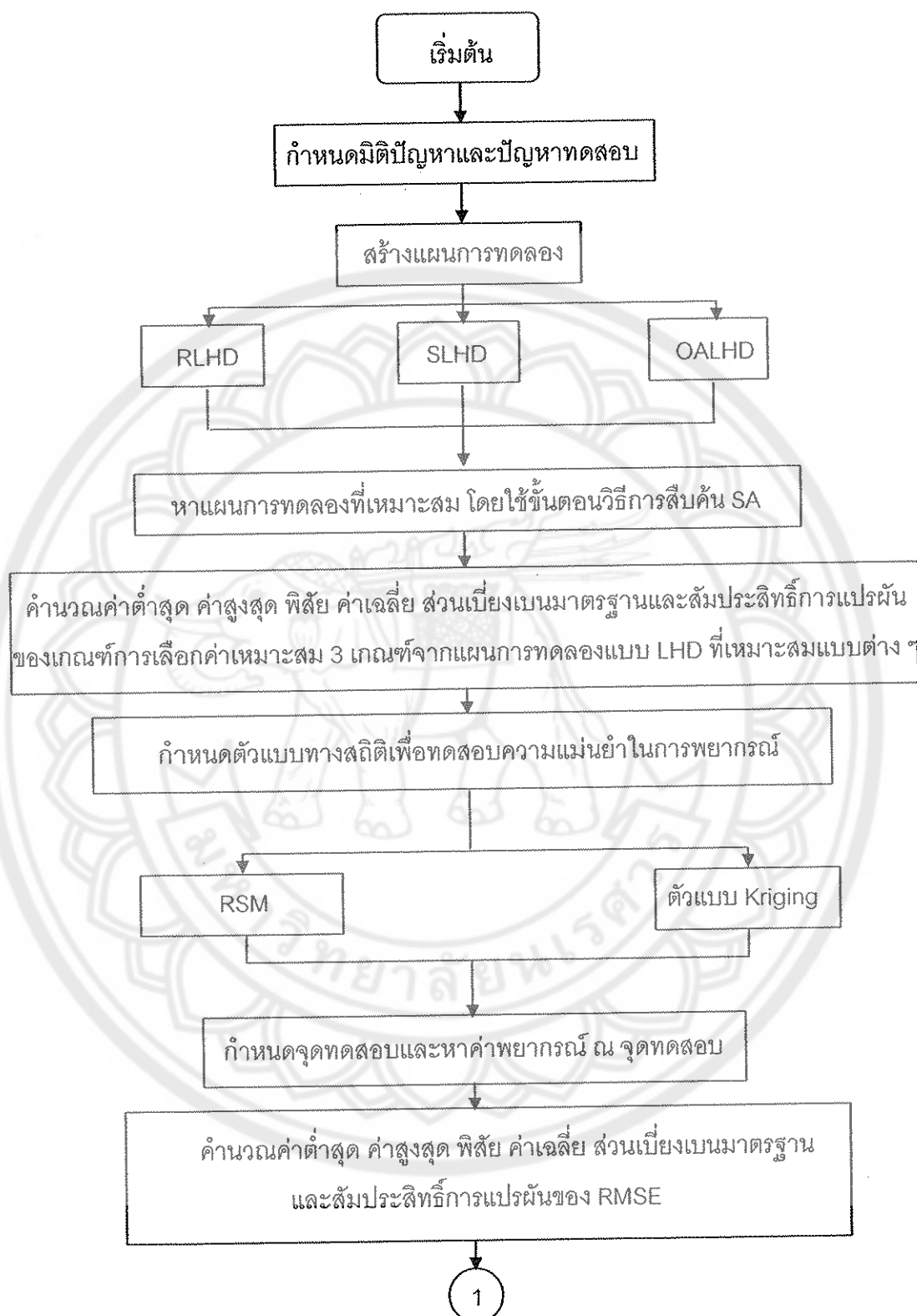
y_i คือผลลัพธ์ที่แท้จริงสำหรับจุดทดสอบจุดที่ i

k คือจำนวนของจุดทดสอบ

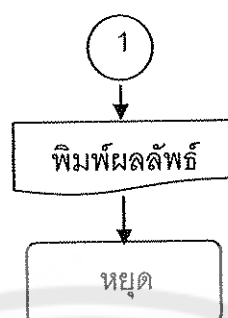
10. สรุปผลการวิจัยในแต่ละมิติปัญหา

การวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ได้จากการจำลองการทดลองด้วยคอมพิวเตอร์โดยใช้โปรแกรม R 2.10.1 ซึ่งขั้นตอนการดำเนินการวิจัยสามารถอธิบายเป็นแผนผังลำดับการทำงานได้ดังต่อไปนี้



ภาพ 17 แสดงแผนผังลำดับการทำงานของ การดำเนินการวิจัย



ภาพ 17 (ต่อ)

