

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

พลศาสตร์โคเวเรียนต์ของอนุภาคเคออน (Covariant kaon dynamic)

สมบัติของอนุภาคเคออนในสสารฮาดรอนที่มีความหนาแน่นมีความสำคัญต่อการทำความเข้าใจ ทั้งการคืนสภาพของสมมาตรเชิงโคเรลและสมบัติของสสาร นิวเคลียร์ที่มีความหนาแน่นสูง เนื่องจากมีที่มาจากสัมพัทธภาพ สนามเฉลี่ยของเคออนมีโครงสร้างเป็นแบบเวกเตอร์-สเกลาร์-สัมพัทธภาพปกติ (Typical relativistic-scalar - vector - type) สำหรับนิวคลีออนจะมีโครงสร้างที่มาจากพลศาสตร์ควอนตัมเชิงฮาดรอน (Quantum Hadron Dynamic, QHD) การแยกของสนามเฉลี่ยทำได้โดยการรวมส่วนของสเกลาร์เข้าในมวลยังผลและส่วนของเวกเตอร์เข้าในโมเมนตัมยังผล ซึ่งนำไปสู่รูปแบบอนุภาคกึ่งอิสระในสสารนิวเคลียร์

จากลากรางเจียนเชิงโคเรล สมการสนามสำหรับ $K^\pm$ หาได้จากสมการออยเลอร์ลา กราน ดังนี้

$$\left[\partial_\mu \partial^\mu \pm \frac{3i}{4f_\pi^{*2}} j_\mu \partial^\mu + \left(m_K^2 - \frac{\sum_{KN}}{f_\pi^{*2}} \rho_s \right) \right] \phi_{K^\pm}(x) = 0 \quad (2.1)$$

ในที่นี้การประมาณค่าแบบสนามเฉลี่ยได้ถูกนำมาใช้ โดย ρ_s คือ ความหนาแน่นบาริออนเชิงสเกลาร์ (Baryon scalar density) j_μ คือ กระแสบาริออนแบบเวกเตอร์สัมพัทธ์ m_K^2 คือมวลของเคออน $\phi_{K^\pm}$ คือสนามสเกลาร์ของอนุภาค K^- และ K^+ และ f_π^{*2} คือ ค่าคงตัวการสลายตัวของไพออนในตัวเอง และกำหนดศักย์เคออนแบบเวกเตอร์เป็น

$$V_\mu = \frac{3}{8f_\pi^{*2}} j_\mu \quad (2.2)$$

ทำให้สามารถเขียนสมการที่ (2.1) ได้เป็น

$$\left[(\partial_\mu \pm iV_\mu)^2 + m_K^{*2} \right] \phi_{K^\pm}(x) = 0 \quad (2.3)$$

ดังนั้น สนามเวกเตอร์ถูกใส่โดยการคู่ควบน้อยสุด (Minimal coupling) เข้าไปในสมการไคลน์-กอร์ดอน (Klein-Gordon equation) และจาก [29, 31, 32, 33] สามารถเขียนมวลยังผลของเคออนได้

$$m_K^* = \sqrt{m_K^2 - \frac{\sum_{KN} \rho_s + V_\mu V^\mu}{f_\pi^2}} \quad (2.4)$$

เนื่องจากลักษณะเฉพาะของสสารแบบโบซอน (สปิน 1) การคู่ควบของสนามเชิงสเกลาร์กับมวลจะไม่เป็นแบบเชิงเส้นเหมือนกับบาริออน แต่จะอยู่ในรูปกำลังสองและมีเทอมที่เกี่ยวข้องกับสนามเวกเตอร์เพิ่มเติมด้วย มวลของอนุภาคยังผลถึงอิสระนิยามโดยสมการ (2.4) เป็นสเกลาร์แบบโลเรนซ์ (Lorentz scalar) และมีค่าตรงกับมวลของ K^+ และ K^- ในสสารนิวเคลียร์ที่หนึ่งองค์ประกอบทางตำแหน่งของศักย์เวกเตอร์จะไม่มี $V = 0$ และสมการที่ (2.3) จะถูกลดรูปลงไปดังแสดงในเอกสารอ้างอิง [34, 35] อย่างไรก็ตามโดยทั่วไปแล้วสมการที่ (2.3) จะอธิบายสมบัติโลเรนซ์ที่ถูกต้อง ซึ่งสิ่งนี้จะไม่สามารถเห็นได้จากการคิดสนามเฉลี่ยเคออนตามปกติ

สมการโคเวเรียนต์ของการเคลื่อนที่หาได้ในขีดจำกัดแบบฉบับ (Classical limit) มาจากสมการการนำพาแบบสัมพัทธภาพ (Relativistic transport equation) ของเคออน ซึ่งได้มาจากสมการที่ (2.3) ในทำนองเดียวกันสมการสัมพัทธภาพของบาริออน จะได้เป็น

$$\frac{dq^\mu}{d\tau} = \frac{k^{*\mu}}{m_K^*}, \quad \frac{dk^{*\mu}}{d\tau} = \frac{k_\nu^*}{m_K^*} F^{\mu\nu} + \partial^\mu m_K^* \quad (2.5)$$

ในที่นี้ $q^\mu = (t, \mathbf{q})$ เป็นพิกัดในรูปปริภูมิ Minkowski และ $F^{\mu\nu} = \nabla^\mu V^\nu - \nabla^\nu V^\mu$ คือเทนเซอร์ความแรงของสนาม (Field strength tensor) ของ K^+ สำหรับ K^- สนามเวกเตอร์เปลี่ยนเครื่องหมาย ส่วนสมการเคลื่อนที่ที่ยังเหมือนเดิม เพียงแต่เขียน $-F^{\mu\nu}$ แทน $F^{\mu\nu}$ โครงสร้างของสมการ (2.5) อาจดูง่ายขึ้นหากพิจารณาเฉพาะองค์ประกอบของตำแหน่ง

$$\frac{d\mathbf{k}^*}{dt} = -\frac{m_K^*}{E^*} \frac{\partial m_K^*}{\partial \mathbf{q}} \mp \frac{\partial V^0}{\partial \mathbf{q}} \pm \frac{\mathbf{k}^*}{E^*} \times \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \times \mathbf{V} \right) \quad (2.6)$$

เมื่อเครื่องหมายข้างบนใช้สำหรับ K^+ และเครื่องหมายข้างล่างใช้สำหรับ K^- เทอมที่เป็นสัดส่วนกับองค์ประกอบทางตำแหน่งของศักย์เวกเตอร์ ขึ้นกับโมเมนตัมและเกี่ยวข้องกับแรง

ลอเรนซ์ เทอมสุดท้ายของสมการที่ (2.6) โดยแรงนี้จะขึ้นกับความเร็ว ($\mathbf{v} = \mathbf{k}^*/E^*$) ซึ่งเป็นลักษณะของพลศาสตร์สัมพัทธภาพที่มีสนามเวกเตอร์มาเกี่ยวข้อง

ถ้าสมการการเคลื่อนที่ได้มาจากศักย์สถิตย

$$U(\rho, \mathbf{k}) = \omega(\rho, \mathbf{k}) - \omega_0(\mathbf{k}) = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m_k^2 - \sum_{\pi} \frac{KN}{f_{\pi}^2} \rho_s + V_0^2 \pm V_0 - \sqrt{\mathbf{k}^2 + m_k^2}} \quad (2.7)$$

ซึ่งเทอมที่มีลักษณะของแรงลอเรนซ์ (LF) จะหายไป การพิจารณาแบบไม่โคเวเรียนต์จะถูกกำหนดโดยโมเมนตัมแบบบัญญัติ (Canonical momenta, $\mathbf{k}$) แทนโมเมนตัมแบบพลศาสตร์ (Kinetic momenta, $\mathbf{k}^*$) โดยสมการการเคลื่อนที่กลายเป็น

$$\frac{d\mathbf{k}}{dt} = - \frac{m_k^*}{E^*} \frac{\nabla m_k^*}{\nabla q} m \frac{\nabla V^0}{\nabla q} \pm \mathbf{v}_i \frac{\nabla V_i}{\nabla q} \quad (2.8)$$

เมื่อความเร็วของเคออน $\mathbf{v} = \mathbf{k}^* / E^*$

เพื่อให้สอดคล้องกับการอนุรักษ์พลังงานและโมเมนตัม เราจะเขียนเงื่อนไขระดับชั้นมวล (Mass-shell condition) (2.3) ในเทอมของโมเมนตัมแบบบัญญัติ

$$0 = k_{\mu}^{*2} - m_K^{*2} = k_{\mu}^2 - m_K^2 - 2m_k U_{opt} \quad (2.9)$$

ซึ่ง

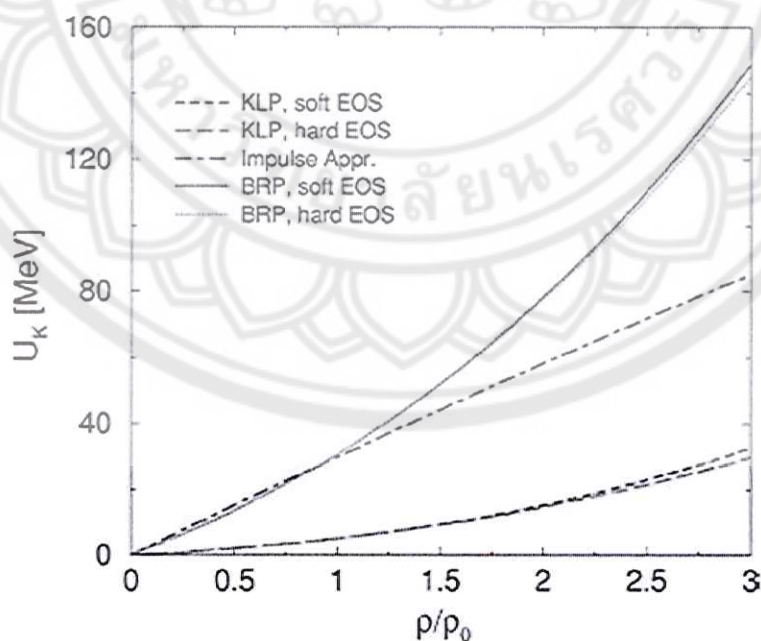
$$U_{opt}(\rho, \mathbf{k}) = - \sum_S + \frac{1}{m_K} k_{\mu} V^{\mu} + \frac{\sum_S^2 - V_{\mu}^2}{2m_K} \quad (2.10)$$

ในที่นี้เราเรียก $S_s = m_K^* - m_K$ ว่าพลังงานรวมในตัวของเคออนแบบสเกลาร์ (Total scalar kaon self-energy) U_{opt} คือ ศักย์เชิงแสง (Optical potential) และเนื่องจาก U_{opt} เป็น สเกลาร์แบบลอเรนซ์ที่ถูกผนวกเข้าไปในมวลยังผล

$$\tilde{m}_K(\rho, \mathbf{k}) = \sqrt{m_K^2 + 2m_K U_{opt}(\rho, \mathbf{k})} \quad (2.11)$$

โดยนิยามแล้ว $\tilde{m}_K$ เป็นสเกลาร์ แตกต่างจาก m_K^* ซึ่งเทียบได้กับมวลไดแรก (Dirac mass) ในกรณีของนิวคลีออน $\tilde{m}_K$ นั้นจะรวมเอาศักย์เชิงแสงทั้งหมด (Full optical potential) และสอดคล้องกับพลังงาน ω ที่โมเมนตัมเป็นศูนย์

จากการประมาณค่าด้วยค่าพารามิเตอร์ของ Brown กับ Rho พบว่า ในพจน์ของ Σ_{KN} ในสมการ (2.7) จะมีค่าเท่ากับ 450 MeV และค่า $f_\pi^{*2} = 0.6 f_\pi^2$ ซึ่งพารามิเตอร์ดังกล่าวได้รับการตรวจสอบโดยเอกสารอ้างอิง [9, 31, 36, 37] นอกจากนี้การประมาณค่าด้วยพารามิเตอร์ของ Ko กับ Li จะใช้ค่าในพจน์ของ Σ_{KN} ในสมการ (2.7) จะมีค่าเท่ากับ 350 MeV และค่า $f_\pi^{*2} = f_\pi^2$ โดยค่าพารามิเตอร์นี้ได้รับการตรวจสอบจากเอกสารอ้างอิง [15] การประมาณค่าด้วยพารามิเตอร์ที่แตกต่างกันนี้จะแสดงในภาพ 1 ค่าศักย์ที่ประมาณค่าด้วยพารามิเตอร์ของ Brown กับ Rho ที่รวมอยู่กับสมการสถานะแบบอ่อน (เส้นทึบดำ) และสมการสถานะแบบแข็ง (เส้นทึบเทา) มีค่ามากกว่าค่าศักย์ที่ประมาณค่าด้วยพารามิเตอร์ของ Ko กับ Li (เส้นประแบบสั้นและเส้นประแบบยาว) ค่าศักย์เคออน-นิวคลีออน (K^+N) เมื่อเทียบกับความหนาแน่น ($\rho/\rho_0=1$) ค่าศักย์ที่ได้ประมาณค่าด้วย พารามิเตอร์ของ Brown กับ Rho มีค่าเท่ากับ 30 MeV ส่วนค่าศักย์ที่ได้ประมาณค่าด้วยพารามิเตอร์ของ Ko กับ Li มีค่าเท่ากับ 5 MeV ซึ่งในการทดลองนี้จะใช้ค่าศักย์ที่ได้ประมาณค่าด้วยพารามิเตอร์ของ Brown กับ Rho



ภาพ 1 ศักย์เคออนในนิวคลีออน (K^+N) เทียบกับความหนาแน่น [29]

แบบจำลองพลศาสตร์ควอนตัมเชิงโมเลกุล (Quantum Molecular Dynamics, QMD)

แบบจำลองพลศาสตร์ควอนตัมเชิงโมเลกุล เป็นแบบจำลองสำหรับศึกษาการชนของไอออนหนัก ที่พัฒนาจากแบบจำลองพลศาสตร์เชิงโมเลกุลแบบฉบับ (Classical molecular dynamics) [38, 39] ซึ่งแบบจำลองนี้เป็นทฤษฎีของระบบหลายวัตถุ (N-body theory) โดยข้อมูลทั้งหมดของระบบสามารถคำนวณได้จากการหาผลเฉลี่ยของสมการลิวูิลแบบหลายวัตถุ (N-body Liouville equation)

วิธีการหาผลเฉลี่ยสามารถทำได้หลายวิธี หากพิจารณาแนวคิดของ Boltzmann-Uhlenbeck-uehling (BUU) หรือของ Vlasov-Uhlenbeck-uehling (VUU) ซึ่งเป็นการคิดตามทฤษฎีของหลายวัตถุอย่างแท้จริง โดยเราจะต้องคิดตามตำแหน่งและโมเมนตัมของอนุภาค และคำนวณการวิวัฒนาการทางเวลา (Time evolution) ของเมตริกซ์ความหนาแน่นของหลายวัตถุ (N-body density matrix) และใช้วิธีการคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อที่จะหาค่าเฉลี่ยของทุกๆ องค์ประกอบ (Ensemble) เช่น สหสัมพันธ์การผสม (Mixing correlation) และการขึ้นๆ ลงๆ (Fluctuation) ระหว่างแต่ละองค์ประกอบ อย่างไรก็ตาม ความสามารถในการทำนายผลต่างๆ ของแนวคิดแบบ BUU และ VUU จะถูกจำกัดแค่เพียงการสังเกตวัตถุที่ละอนุภาคเท่านั้น

ในแบบจำลอง QMD จะมีลักษณะสำคัญบางประการทางควอนตัมได้ถูกรวมเข้าไป เช่น การชนระหว่างนิวคลีออนจะเป็นแบบปิดพอลี (Pauli blocked) กล่าวคือการชนจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อในปริภูมิเฟส มีสถานะควอนตัมที่ยังว่างอยู่ ทำให้นิวคลีออนที่กระเจิงไปสามารถเข้าครอบครองได้ นอกจากนั้น แอมพลิจูดการกระเจิงจะไม่สามารถบ่งบอกถึงสัมพันธ์ระหว่างมุมกระเจิงพารามิเตอร์การกระทบได้ นั่นคือเราจะทราบเพียงแค่ว่ากำลังสองของแอมพลิจูดการกระเจิงเป็นค่าเดียวกับการแจกแจงความน่าจะเป็น (Probability distribution) เท่านั้น ส่วนมุมกระเจิงและการขวางกั้นการชนซึ่งนำนิวคลีออนในปริภูมิเฟสที่มีการเข้าครอบครองบางส่วนจะถูกคิดโดยวิธีทางสถิติ ซึ่งการคิดแบบนี้ทำลายสมบัติการผันกลับได้ทางเวลา (Time reversibility) ของสมการแบบฉบับ อย่างไรก็ตามแบบจำลองนี้ยังให้ผลเฉลี่ยของระบบหลายวัตถุโดยไม่ลดรูปเป็นแบบวัตถุเดียวและให้ข้อมูลของการวิวัฒนาการทางเวลาของสหสัมพันธ์ทั้งหมด

แบบจำลองระดับจุลทรรศน์เหล่านี้มีลักษณะเป็นแบบอลวน (Chaotic) ซึ่งจุดสองจุดในปริภูมิเฟสที่อยู่ติดกันในปริภูมิเฟสที่มีมิติ $A_T + A_p$ จะลู่ออกแบบชี้กำลังโดยเป็นฟังก์ชันของเวลานอกจากนั้นในระบบควอนตัมเรายังไม่สามารถกำหนดค่าที่แน่นอนของพารามิเตอร์การกระทบให้เที่ยงกว่า $Db > h/Dp$ ดังนั้นแทนที่จะแปรผันพารามิเตอร์การกระทบ บนบริเวณนี้เราจะเริ่มต้นด้วยการเลือกตำแหน่ง และโมเมนตัมของแต่ละอนุภาคเป็นแบบสุ่ม ซึ่งการจำลองสถานการณ์การ

ชนของไอออนหนัก โดยใช้แบบจำลอง QMD นั้นจะมี 2 ส่วนที่สำคัญคือ การเริ่มต้นของนิวคลีออนที่เข้าชนกับนิวคลีออนที่เป็นเป้าหมายและการวิวัฒนาการทางเวลาของระบบ $A_T + A_P$

การเริ่มต้น

เมื่อเปรียบเทียบระบบควอนตัมที่ขึ้นกับเวลาของฮาร์ทรีฟ็อก (Time-dependent Hartree-Fock, TDHF) กับระบบสนามเฉลี่ยแบบฉบับของเวลาชอฟ (Classical Vlasovmean field system) เราพบว่า สมการวิวัฒนาการทางเวลาของความหนาแน่นทางนิวเคลียร์สำหรับพลังงานของลำที่มากกว่า 25 MeV ต่อนิวคลีออนที่มีค่าเกือบเหมือนกัน ทั้ง ๆ ที่สถานะเริ่มต้นของทั้งสองระบบแตกต่างกัน โดยที่ความหนาแน่นเริ่มต้นของ TDHF คำนวณจากสเลเตอร์ดีเทอร์มิแนนต์ (Slater determinant) ในขณะที่ของเวลาชอฟเริ่มจากการพิจารณาอนุภาคที่เป็นจุดกระจายอยู่แบบสุ่มในทรงกลมรัศมี $r = 1.12 A^{1/3}$ fm สอดคล้องกับความหนาแน่นสสารทางนิวเคลียร์ปกติที่ $0.17 \text{ nucleon/fm}^3$ จากผลที่ได้ทำให้สามารถสรุปได้ว่าที่พลังงานนี้รายละเอียดของฟังก์ชันคลื่นมีผลเพียงเล็กน้อยต่อการวิวัฒนาการทางเวลาของสมบัติโดยรวมของสสารโดยเฉพาะอย่างยิ่งกับอนุภาคเพียงหนึ่งอนุภาคที่เราทำการสังเกต

ในแบบจำลอง QMD แต่ละนิวคลีออนจะแทนด้วยสถานะอาพันธ์ (Coherent state) ในรูปของ (ใช้ $\hbar$ และ $c=1$)

$$\psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}_0, t) = \frac{\exp\left[i\mathbf{p}_0 \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\right]}{(2\pi L)^{3/4}} e^{-\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2}{4L}} \quad (2.12)$$

เมื่อ $\mathbf{r}_0$ เป็นศูนย์กลางที่ขึ้นกับเวลาของกลุ่มคลื่นแบบเกาส์ (Gaussian wave packet) ในปริภูมิพิกัด (Coordinate space) โดยความกว้างของสถานะอาพันธ์จะเริ่มขึ้นเป็นฟังก์ชันของเวลาถ้ามีการแผ่ด้วยสมการชเรอดิงเงอร์แบบอิสระ ในแบบจำลอง QMD ความกว้าง L เป็นค่าคงที่ หมายถึง เราไม่อนุญาตให้มีการกระจายของฟังก์ชันคลื่น มิฉะนั้นทั้งนิวเคลียสจะมีการกระจายในปริภูมิพิกัดโดยฟังก์ชันของเวลา ค่า $L = 1.08 \text{ fm}^2$ สอดคล้องกับรากกำลังสองเฉลี่ยของรัศมีนิวคลีออน เพื่อที่จะให้ใกล้เคียงกับทฤษฎีการขนส่งแบบฉบับ (Classical transport theory) และเราจะให้ความหนาแน่นแบบวิกเนอร์ (Wigner density) แทนที่ฟังก์ชันคลื่น โดยการแปลงแบบวิกเนอร์ (Wigner transformation) ของสถานะอาพันธ์ คือ รูปแบบเกาส์ในปริภูมิพิกัดและโมเมนตัม นั่นคือ

$$\begin{aligned}
 f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}_{12}} \psi\left(\frac{\mathbf{r} + \mathbf{r}_{12}}{2}, t\right) \psi^*\left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_{12}}{2}, t\right) d^3 \mathbf{r}_{12} \\
 &= \frac{1}{(\pi)^3} \exp\left[-(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2 / 2L - (\mathbf{p} - \mathbf{p}_0)^2 \cdot 2L\right]
 \end{aligned} \quad (2.13)$$

ความหนาแน่นวิกเนอร์แบบหลายวัตถุ เป็นผลคูณตรง (Direct product) ของความหนาแน่น วิกเนอร์ของสถานะอาพันธ์หลายสถานะ

$$f^N(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N; \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N; t) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{(\pi)^3} e^{-(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i0})^2 / 2L - (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i0})^2 \cdot 2L} \quad (2.14)$$

การแทนวิกเนอร์ (Wigner representation) ของกลุ่มคลื่นแบบเกาส์จะต้องสอดคล้องตามหลักความไม่แน่นอน $\Delta r_x \Delta p_x = \hbar/2$ โดยความหนาแน่นในปริภูมิพิกัดสามารถหาได้จากการอินทิกรัลโมเมนต์บนความหนาแน่นวิกเนอร์

$$\begin{aligned}
 \rho(\mathbf{r}, t) &= \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \int f^N(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N; \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N; t) d^3 \mathbf{p}_1 \dots d^3 \mathbf{p}_N d^3 \mathbf{r}_1 \dots d^3 \mathbf{r}_N \\
 &= \sum_i \frac{1}{(2\pi L)^{3/2}} e^{-(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{i0})^2 / 2L}
 \end{aligned} \quad (2.15)$$

การเลือกศูนย์ของ $A_T + A_P$ แบบเกาส์โดยวิธีสุ่มในปริภูมิพิกัดและเวลานั้นไม่พอเพียงที่จะรักษาเสถียรภาพของนิวคลีออนได้นานเพียงพอ เนื่องจากการขึ้นๆลงๆ จะมีเลขสุ่มจำนวนจำกัดที่ไม่สร้างสถานะพื้นของนิวเคลียสแต่จะสร้างสถานะที่ถูกกระตุ้นที่สลายตัวโดยปลดปล่อยนิวคลีออน เวลาที่นิวเคลียสเสถียรแสดงถึงลิมิตบนของพลังงานที่สถานะถูกกระตุ้นจะคงไว้ได้

สถานะเฉพาะ (Eigenstates) ของฮามิลโตเนียนจะสอดคล้องกับหลักความไม่แน่นอนความแปรปรวนของ $\Delta x \Delta p_x$ ของฟังก์ชันเฉพาะ (Eigenfunction) สองค่าที่อยู่ใกล้กันจะแตกต่างกัน $\hbar/2$ กล่าวคือแต่ละระดับจะเติมปริมาตรของ $\hbar^3$ ในปริภูมิอวกาศ ถ้าระบบอยู่ในสถานะพื้น ปริภูมิเฟสจะถูกเติมอย่างหนาแน่นจนถึงค่าสูงสุดในปริภูมิพิกัดและเวลาโดยไม่มีช่องว่างเหลืออยู่ ซึ่งนี่ก็คือสมบัติของสถานะพื้นนั่นเอง การเริ่มต้นของสถานะพื้นของนิวเคลียส A นั้นก่อนอื่นเราต้องกำหนดตำแหน่งของนิวคลีออนในทรงกลมรัศมี $r = 1.12 A^{1/3} \text{ fm}$ โดยเลือกเลขสุ่มที่มีระยะระหว่างศูนย์กลางน้อยของสองนิวคลีออนที่ไม่น้อยกว่า $r_{\min} = 1.5 \text{ fm}$ ในขั้นต่อไปเป็นขั้น

กำหนดศักย์เฉพาะที่ (Local potential) $U(r)$ ที่เกิดจากนิวคลีออนอื่นที่ศูนย์กลางแบบแก๊ส โดยโมเมนตัม ของเฟอร์มิแบบเฉพาะที่ (Local Fermi momentum) จะถูกกำหนดโดยความสัมพันธ์ $p_F(r_{i0}) = \sqrt{2mU(r_{i0})}$ เมื่อ $U(r_{i0})$ คือ พลังงานศักย์ของอนุภาคตัวที่ i ขั้นตอนสุดท้าย โมเมนตัมของทุกอนุภาคจะถูกสุ่มค่าระหว่างศูนย์ถึงค่าโมเมนตัมของเฟอร์มิแบบเฉพาะที่ ทั้งนี้จะไม่ใช้ค่าสุ่มของอนุภาคคู่ใดๆ ที่ใกล้กันน้อยกว่า $(r_i - r_j)^2 (p_i - p_j)^2 = d_{\min}$ ซึ่งโดยปกติแล้วมีเพียงหนึ่งในห้าหมื่นของการเริ่มต้นเท่านั้นที่สามารถนำมาใช้ได้ ภายใต้เงื่อนไขเหล่านี้ อย่างไรก็ตามเวลาที่ใช้ในการคำนวณบนคอมพิวเตอร์ก็ยังสั้นกว่าเมื่อเทียบกับเวลาของการคำนวณการแพร่ขยาย

การแพร่กระจาย (Propagation)

นิวเคลียสที่ได้กำหนดเงื่อนไขการเริ่มต้นไว้แล้วจะถูกเพิ่มความเร็วให้วิ่งเข้าหากันโดยใช้ความเร็วของศูนย์กลางมวลแบบจลศาสตร์สัมพัทธภาพ (Relativistic kinematics) โดยศูนย์กลางของอนุภาคที่เข้าชนและอนุภาคเป้าหมายจะเคลื่อนที่ตามแนววิถีคูลอมบ์จนถึงระยะห่างไม่เกิน 2 fm ซึ่งวัดจากผิวของอนุภาคเข้าชนถึงผิวของอนุภาคเป้าหมาย ทั้งนี้ การที่เรารักษาความกว้างของแก๊สเซียนให้คงที่ ทำให้การวิวัฒนาการเวลาของการแจกแจงวัตถุ A ถูกกำหนดโดยการเคลื่อนที่ของเซนทรอยด์ของแก๊สเซียน (r_{i0}, p_{i0}) ซึ่งแพร่ขยายโดยวงเล็บปัวซอง (Poisson brackets)

$$\dot{p}_{i0} = \left\{ p_{i0}, \sum_j H_j \right\} = \{ p_{i0}, T_i + U_i \} \quad (2.16)$$

และ

$$\dot{r}_{i0} = \left\{ r_{i0}, \sum_j H_j \right\} = \{ r_{i0}, T_i + U_i \} \quad (2.17)$$

ในที่นี้ T_i คือ พลังงานจลน์และ U_i คือ พลังงานรวมของนิวคลีออนทั้งหมด จากนั้นจะหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์นี้ได้โดยใช้วิธีการหาปริพันธ์แบบออยเลอร์ (Euler integration routine) ที่ขั้นตอนเวลา (Time step) (Δt) คงที่

$$p_{i0}(n+1) = p_{i0}(n) - \nabla r_{i0} U_i \left(n + \frac{1}{2} \right) \Delta t \quad (2.18)$$

$$r_{i0} \left(n + \frac{1}{2} \right) = r_{i0} \left(n - \frac{1}{2} \right) + \frac{p_{i0}(n)}{[p_{i0}(n)^2 + m_i^2]^{1/2}} \Delta t + \nabla p_{i0} U_i \left(n - \frac{1}{2} \right) \Delta t \quad (2.19)$$

อนุภาคทั้งหลายจะการกระทำตอบโต้กันเป็นอันตรกิริยาแบบสองและสามวัตถุ ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นหากต้องการให้การขึ้นๆลงๆและสหสัมพันธ์คงสภาพ เราพิจารณาระบบให้ประกอบด้วยอันตรกิริยาแบบพิสัยสั้น (Short range interaction) ระหว่างนิวคลีออนมีส่วนรับผิดชอบต่อสมบัติโดยรวมของระบบ เป็นอันตรกิริยาชนิดสเกิร์มแบบเฉพาะที่ (Local Skyrme-type interaction) และเพิ่ม อันตรกิริยาแบบยูกาวาพิสัยยาว (Long range Yukawa interaction) ที่มีความจำเป็นในการทดแทนที่ผิวและอันตรกิริยาแบบคูลอมบ์ (Coulomb interaction) ทำให้สามารถเขียนอันตรกิริยาสถิติโดยรวมได้เป็น

$$V^{tot} = V^{loc} + V^{Yuk} + V^{Coul} \quad (2.20)$$

เมื่อแต่ละเทอมแสดงดังนี้

$$V^{loc} = t_1 d(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + t_2 d(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) d(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3) \quad (2.21)$$

$$V^{Yuk} = t_3 \frac{e^{-|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|/m}}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|/m} \quad (2.22)$$

โดย $m = 1.5 \text{ fm}$ และ $t_3 = -6.66 \text{ MeV}$ ซึ่งพารามิเตอร์เหล่านี้จะทำให้รักษาสภาพพื้นผิวนิวเคลียสไว้ได้พลังงานรวม H_i ของอนุภาค i เป็นผลรวมของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์

$$H_i = T_i + U_i = T_i + \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} U_{ij}^{(2)} + \frac{1}{3!} \sum_{j,k \neq i} U_{ijk}^{(3)} \quad (2.23)$$

โดย T_i คือ พลังงานจลน์ของอนุภาค i ส่วนเทอมต่างๆของพลังงานศักย์แสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned} U_i^{(2)}(t) &= \sum_{j \neq i} U_{ij}^{(2)} = \sum_{j \neq i} \int f_i(\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i, t) f_j(\mathbf{r}_j, \mathbf{p}_j, t) V^{(2)}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) d^3 \mathbf{r}_i d^3 \mathbf{p}_i d^3 \mathbf{r}_j d^3 \mathbf{p}_j \\ &= U_{iloc}^{(2)} + U_{iYuk}^{(2)} + U_{iCoul}^{(2)} \end{aligned} \quad (2.24)$$

ซึ่ง

$$U_{iloc}^{(2)} = t_1 \rho(\mathbf{r}_{i0}) \quad (2.25)$$

เมื่อความหนาแน่นอันตรกิริยา (Interaction density) $\tilde{\rho}(\mathbf{r}_0)$ คือ

$$\tilde{\rho}(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{(4\pi L)^{3/2}} \sum_j e^{(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_{j0})^2 / 4L} \quad (2.26)$$

ความหนาแน่นอันตรกิริยามีค่าเป็นสองเท่าของความกว้างของความหนาแน่นของอนุภาคเดี่ยว (Single particle density)

$$\begin{aligned} U_{iYuk}^{(2)} &= \sum_{j \neq i} U_{ijYuk}^{(2)} \\ &= t_3 \sum_{j \neq i} \frac{e^{c/m^2}}{r_{ij}/2m} \left\{ e^{-r_{ij}/m} \left[1 - \Phi \left(\frac{\sqrt{L}}{m} - \frac{r_{ij}}{2\sqrt{L}} \right) \right] - e^{r_{ij}/m} \left[1 - \Phi \left(\frac{\sqrt{L}}{m} + \frac{r_{ij}}{2\sqrt{L}} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.27)$$

ในที่นี้ $\Phi(x)$ คือ ฟังก์ชันค่าคลาดเคลื่อน (Error function) $U_{iCoul}^{(2)}$ คือ พลังงานคูลอมบ์ (Coulomb energy) ขณะที่ดัชนีของสามวัตถุเมื่อ $v=2$ กำหนดโดย

$$\begin{aligned} U_i^{(3)} &= \sum_{j,k;j,k \neq i,k \neq j} \int f_i(\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i, t) f_j(\mathbf{r}_j, \mathbf{p}_j, t) f_k(\mathbf{r}_k, \mathbf{p}_k, t) \times V^{(3)} d^3\mathbf{r}_i d^3\mathbf{p}_i d^3\mathbf{r}_j d^3\mathbf{p}_j d^3\mathbf{r}_k d^3\mathbf{p}_k \\ &= \frac{t_2}{(2\pi L)^3 3^{3/2}} \times \sum_{j,k;j,k \neq i,k \neq j} \exp \left\{ \left[(\mathbf{r}_{i0} - \mathbf{r}_{j0})^2 + (\mathbf{r}_{i0} - \mathbf{r}_{k0})^2 + (\mathbf{r}_{j0} - \mathbf{r}_{k0})^2 \right] / 6L \right\} \\ &\approx \frac{t_2}{(2\pi L)^3 3^{3/2}} \sum_{j,k;k \neq i} \exp \left[(\mathbf{r}_{i0} - \mathbf{r}_{j0})^2 + (\mathbf{r}_{i0} - \mathbf{r}_{k0})^2 \right] / 4L \\ &\approx \frac{t_2 (4\pi L)^{3v/2}}{(2\pi L)^{3(v-1)/2} (v+1)^{3/2}} \tilde{\rho}_i^v(\mathbf{r}_{i0}) \end{aligned} \quad (2.28)$$

ค่าคาดหวังของพลังงานรวม คือ

$$E = \sum_i \left[T_i + \frac{1}{2} U_i^{(2)} + \frac{1}{3!} U_i^{(3)} \right] \quad (2.29)$$

เมื่อดัชนีตัวบนแสดงถึงอันตรกิริยาระหว่างสองและสามวัตถุตามลำดับ

ต่อไปเราต้องกำหนดพารามิเตอร์ t_1 และ t_2 โดยเริ่มจากการสังเกตว่าในสสารนิวเคลียสนั้นความหนาแน่นคงตัว $U^{(2)}$ แปรผันตรงกับ ρ/ρ_0 ในสสารนิวเคลียสที่สปินอิ่มตัว (Spin saturated nuclear matter) จะพบว่าอันตรกิริยาระหว่างสามวัตถุสมมูลกับอันตรกิริยาของวัตถุที่ขึ้นกับความหนาแน่น ถ้าสมมติให้ความหนาแน่นไม่แปรผันมากนักในช่วงระยะระหว่างสองวัตถุ จะได้ว่า $U^{(3)}$ แปรผันตรงกับ $(\rho/\rho_0)^2$ ข้อสังเกตนี้ทำให้เราสามารถเชื่อมโยง ระหว่างพารามิเตอร์เข้ากับสมบัติของสสารนิวเคลียสได้ จึงสามารถเขียนศักย์ในสสารนิวเคลียสได้เป็น

$$U^{loc} = \alpha \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) + \beta \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 \quad (2.30)$$

ศักย์นี้มีพารามิเตอร์อิสระสองตัว ซึ่งสามารถหาได้จากเงื่อนไขที่กล่าวหาพลังงานยึดเหนี่ยวของสสารนิวเคลียสที่ความหนาแน่นปกติมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 16 MeV และพลังงานรวมจะมีค่าน้อยสุดที่ ρ_0 การปรับพารามิเตอร์สองตัวนี้จะให้ค่าของสภาพอัดได้ (Compressibility) ออกมาด้วย เพื่อที่จะศึกษาผลของสภาพอัดได้เราสามารถเขียนศักย์ให้อยู่ในรูปทั่วไป

$$U^{loc} = \alpha \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) + \beta \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^r \quad (2.31)$$

จะเห็นว่าขณะนี้มีการใส่พารามิเตอร์ตัวที่สามเข้าไป เพื่อที่จะทำให้สภาพอัดได้จะไม่ขึ้นกับปริมาณอื่น ๆ และยังสามารถตีความโดยนำไปเทียบกับศักย์ระหว่างนิวคลีออนจะได้ว่า v ด้วย γ ส่วนพารามิเตอร์ α จะสัมพันธ์กับศักย์ยูคาวา ซึ่งกระจายแบบเทย์เลอร์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} U_{Yuk} &= \int d^3\mathbf{r} \int d^3\mathbf{r}' \frac{e^{-|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|/m}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|/m} \rho(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}') \\ &= 4\pi m^3 \left\{ \int d^3\mathbf{r} \rho^2(\mathbf{r}) + m^2 \int d^3\mathbf{r}' [\rho(\mathbf{r}) \nabla^2 \rho(\mathbf{r}')] \right\} \end{aligned} \quad (2.32)$$

ในที่นี้ α มีค่า

$$\alpha \sim t - 4\pi m^3 t_3 \quad (2.33)$$

ค่าสัมพัทธ์ระหว่าง t_1 และ t_2 และพารามิเตอร์ m จะถูกปรับเพื่อให้ค่าพลังงานยึดเหนี่ยวมีค่าที่สมเหตุสมผลตามจำนวนนิวเคลียสที่มีอยู่จำกัด ซึ่งค่า $t_2 = 10$ MeV และ $m = 0.8$ fm ให้ $E/A = 4-16$ MeV สำหรับนิวเคลียส A ตั้งแต่ 7 ถึง 200 ส่วนสัมประสิทธิ์ที่สอดคล้องกันระหว่าง α กับ t_1 และระหว่าง b กับ t_2 จะหาได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข

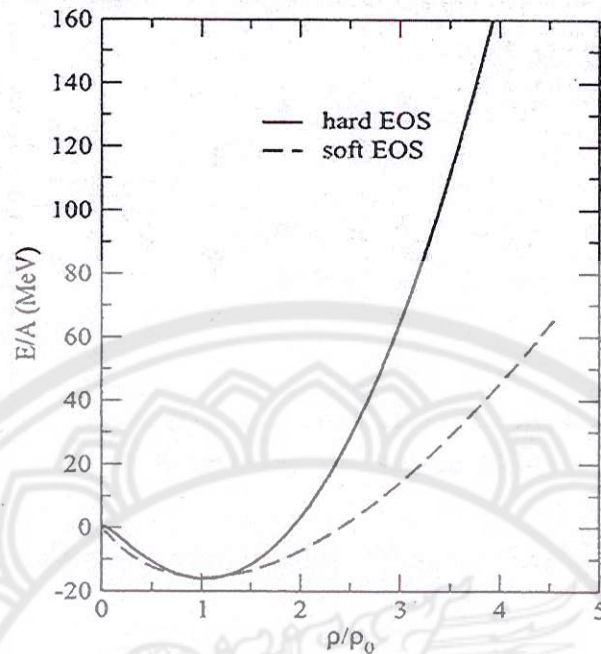
อย่างไรก็ตามเราต้องการเน้นว่าสำหรับวิธีการแพร่ขยายจริง ๆ แล้วอันตรกิริยาที่ชัดเจนของสองและสามวัตถุจะถูกใช้ไม่ใช่ศักยภาพของของสสารนิวเคลียร์ ซึ่งเรื่องนี้มีความสำคัญเนื่องจากการสมมูลของปริมาณทั้งสองจะเป็นจริงเฉพาะในสสารนิวเคลียร์แต่ไม่จริงในระบบที่มีจำนวนนิวเคลียสจำกัด การสมมูลนี้สามารถใช้เชื่อมโยงพารามิเตอร์ t_1 และ t_2 กับสมบัติสสารนิวเคลียร์หรือสมการสถานะทางนิวเคลียร์ ทำให้เราสามารถศึกษารายละเอียดสมการสถานะทางนิวเคลียร์ที่เกิดขึ้นในระบบการชนของไอออนหนักแบบต่าง ๆ ในสสารนิวเคลียร์จะมีการปรับอันตรกิริยาของสองและสามวัตถุ เล็กน้อยเพื่อให้สอดคล้องกับอันตรกิริยาที่ขึ้นกับความหนาแน่น

ในการชนของไอออนหนัก โดยภาพ 2 แสดงถึงการขึ้นกับความหนาแน่นของพลังงานที่สถานะพื้นต่ออนุภาคในสสารนิวเคลียร์สำหรับพารามิเตอร์ที่แตกต่างกันสองชุดรายละเอียดพารามิเตอร์ที่ใช้ในสมการที่ (2.31) จะแสดงดังตาราง 1

ตาราง 1 แสดงพารามิเตอร์ที่ใช้ในสมการที่ (2.31) สำหรับสมการสถานะทางนิวเคลียร์แบบแข็ง (hard EOS) และแบบอ่อน (soft EOS)

K	α	β	γ	EOS
200 MeV	-356 MeV	303 MeV	$\frac{7}{6}$	soft
380 MeV	-124 MeV	70.5 MeV	2	hard

ลักษณะของศักย์ระหว่างนิวคลีออนสามารถเพิ่มเติมโดยใช้อันตรกิริยาที่ขึ้นกับโมเมนตัม [40, 41, 42] สำหรับสภาพการอัดได้เพิ่มเติมอันตรกิริยาที่ขึ้นกับโมเมนตัมนี้จะไม่เปลี่ยนแปลงของพลังงานในสสารนิวเคลียร์ แต่จะมีผลต่อพลศาสตร์ของการชนของไอออนหนัก ดังนั้นในการคำนวณนี้เราใช้แรงสเกอร์มที่ขึ้นกับโมเมนตัม (Momentum dependent Skyrme force)



ภาพ 2 สมการสถานะแสดงถึงการขึ้นอยู่กับความหนาแน่นของพลังงานต่ออนุภาคในสสารนิวเคลียร์ที่ อุณหภูมิ $T = 0$ สำหรับพารามิเตอร์ที่แตกต่างกันสองชุด [40]

ที่มาของสมการส่งผ่าน

ในแบบจำลอง QMD แต่ละนิวคลีออนถูกแทนด้วยสถานะอาพันธ์ (Coherent state) (โดยกำหนด $\hbar, c = 1$)

$$\varphi_i(\mathbf{x}; \mathbf{q}_i, \mathbf{p}_i, t) = \left(\frac{2}{L\pi} \right)^{3/4} \exp \left\{ -\frac{2}{L} (\mathbf{x} - \mathbf{q}_i(t))^2 + \frac{1}{\hbar} i \mathbf{p}_i(t) \mathbf{x} \right\} \quad (2.34)$$

พารามิเตอร์ L ซึ่งสัมพันธ์กับความกว้างของฟังก์ชันคลื่นในปริภูมิเฟส (Phase space) ที่ถูกกำหนดขึ้น ผลรวมฟังก์ชันคลื่นแบบ N-body

$$\Phi = \prod_i \varphi_i(\mathbf{x}, \mathbf{q}_i, \mathbf{p}_i, t) \quad (2.35)$$

ข้อจำกัดของแบบจำลอง QMD สามารถคำนวณได้ในช่วงพลังงาน 1-2 A GeV สมการเคลื่อนที่ของระบบ N-body คำนวณด้วยค่าเฉลี่ยของการเปลี่ยนแปลง

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L[\Phi, \Phi^*] dt \quad (2.36)$$

โดยฟังก์ชันลากรางจ์จะถูกกำหนดให้เป็น

$$L = \left\langle \Phi \left| i\hbar \frac{d}{dt} - H \right| \Phi \right\rangle \quad (2.37)$$

มาจากผลรวมเวลารวมกับพารามิเตอร์ พลังงานแฮมิลตันเนียน (Hamiltonian) ประกอบด้วย พลังงานจลน์ (T_i) และ ศักย์ (V_{ij}) สำหรับค่าสถานะอาพันธ์ และสมการฮามิลโตเนียน มีค่าเป็น $H = \sum_i T_i + \frac{1}{2} \sum_{ij} V_{ij}$ สมการลากรางจ์เนียน (Lagrangian) และตัวแปรสามารถคำนวณจาก

$$L = \sum_i \left[-\dot{\mathbf{q}}_i \mathbf{p}_i - T_i - \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} \langle V_{ij} \rangle - \frac{3}{2Lm} \right] \quad (2.38)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{\mathbf{p}_i}{m} + \nabla \mathbf{p}_i \sum_j \langle V_{ij} \rangle = \nabla \mathbf{p}_i \langle H \rangle \quad (2.39)$$

$$\dot{\mathbf{p}}_i = -\nabla \mathbf{q}_i \sum_{j \neq i} \langle V_{ij} \rangle = -\nabla \mathbf{q}_i \langle H \rangle \quad (2.40)$$

โดยที่ $\langle V_{ij} \rangle = \int d^3x_1 d^3x_2 \phi_i^* \phi_j^* V(x_1, x_2) \phi_i \phi_j$ สมการวิวัฒน์เวลา (Time evolution) ซึ่งถูกแก้ปัญหโดยวิธีเชิงตัวเลข ดังนั้นทฤษฎีที่เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงเพื่อลดการวิวัฒน์เวลาของสมการชโรดิงเงอร์ N-body สมการวิวัฒน์เวลาของพารามิเตอร์ $6 \times (A_p + A_T)$ สมการของการเคลื่อนที่สำหรับพารามิเตอร์ $\mathbf{p}_i$ และ $\mathbf{q}_i$

$$\dot{\mathbf{p}}_i = \frac{\partial \langle H \rangle}{\partial \mathbf{q}_i}, \quad \dot{\mathbf{q}}_i = -\frac{\partial \langle H \rangle}{\partial \mathbf{p}_i} \quad (2.41)$$

ผลเฉลยเชิงตัวเลขเหมือนกับพลศาสตร์โมเลกุลคลาสสิก [39] โดยรูปแบบของการจำลอง QMD มีการอนุรักษ์พลังงานและโมเมนตัม

หลักการรวมของการชน

แบบจำลอง QMD มีลักษณะการชนของอนุภาคแบบไบนารี การชนแสดงโดยจุดอนุภาค เช่นเดียวกับแบบจำลอง VUU [43] การชนของอนุภาคสองตัว ด้วยระยะห่างน้อยสุด d ใกล้เคียงกับระยะของศูนย์กลางของ Gaussians ระหว่างการเคลื่อนที่ในกรอบศูนย์กลางมวล

$$d \leq d_0 = \sqrt{\frac{\sigma_{tot}}{\pi}}, \sigma_{tot} = \sigma(\sqrt{s}, type) \quad (2.42)$$

การเกิดของเคออนในแบบจำลอง QMD

แบบจำลองการส่งผ่านของงานวิจัยนี้ใช้แบบจำลอง QMD การเกิด K^+ มีซอนจาก ปฏิริยา

$$BB \otimes BYK^+$$

เมื่อ B คือนิวคลีออน Y คือ ไฮเปอร์รอน ได้แก่ Λ และ Σ และ ปฏิริยาการดูดกลืน ไพออน

$$\pi B \rightarrow YK^+$$

คุณสมบัติไหลกลับของอนุภาค K^+ จาก Chiral Lagrangian และใช้การประมาณสนามเฉลี่ยเคออน

$$\left[(\partial_\mu \pm iV_\mu)^2 + m_K^* \right] \phi_{K^\pm}(x) = 0 \quad (2.43)$$

V_μ และ m_K^* คือ ศักย์เวกเตอร์และมวลยังผลของเคออน

$$V_\mu = \frac{3}{8f_\pi^2} j_\mu$$

$$m_K^* = \sqrt{m_K^* - \frac{\Sigma_{KN}}{f_\pi^{*2}} \rho_s + V_\mu V^\mu} \quad (2.44)$$

สมการโควาเรียนต์ในกลศาสตร์ สามารถหาค่าได้จากสมการ (2.38) และเขียนอยู่ในรูปของสมการสัมพัทธภาพสำหรับบาริออน

$$\begin{aligned} \frac{dq^\mu}{d\tau} &= \frac{k^{*\mu}}{m_K^*} \\ \frac{dk^{*\mu}}{d\tau} &= \frac{k^{*\mu}}{m_K^*} F^{\mu\nu} + \partial_\mu m_K^* \end{aligned} \quad (2.45)$$

$q_\mu = (t, \mathbf{q})$ คือ โคออร์ดิเนตใน Minkowski space และ $F^{\mu\nu} = \partial_\mu V^\nu - \partial_\nu V^\mu$ คือ เทนเซอร์ความแรงของสนาม (Field strength tensor) สำหรับ K^+ สมการ (2.45) สามารถเขียนได้เป็น

$$\frac{d\mathbf{k}^*}{dt} = -\frac{m_K^*}{E^*} \frac{\partial m_K^*}{\partial \mathbf{q}} - \frac{\partial V^0}{\partial \mathbf{q}} + \frac{\mathbf{k}^*}{E^*} \times \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \right) \times \mathbf{V} \quad (2.46)$$

โดยใช้พารามิเตอร์ Kaplan Nelson term $\sum_{KN} = 450 \text{ MeV}$, $f_\pi^2 = 0.6 f_\pi^{*2}$, $f_\pi^{*2} = f_\pi^2$ ค่าโมเมนตัมพื้นฐานขึ้นอยู่กับอันตรกิริยา Skyrme ซึ่งสอดคล้องกับสมการสถานะอ่อน (soft EOS, $K = 200 \text{ MeV}$) และสมการสถานะแบบแข็ง (hard EOS, $K = 380 \text{ MeV}$)

การไหลรวมของอนุภาค K^+ ภายในพลศาสตร์ของโควาเรียนต์เคออน

การคำนวณการไหลรวมของอนุภาค K^+ ภายใต้พลศาสตร์โควาเรียนต์เคออนจะมีลักษณะการไหลรวมของลำอนุภาคเคออนที่เกิดขึ้นภายหลังการชนแบ่งได้เป็น 3 แบบ คือ

1. การไหลเชิงตรง (Direct flow)

$$v_1 = \left\langle \frac{p_x}{p_t} \right\rangle \quad (2.47)$$

เมื่อ

p_x = การส่งผ่านโมเมนตัมในแนวแกน x

p_y = การส่งผ่านโมเมนตัมในแนวแกน y

$$p_t = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \quad (2.48)$$

$$y^0 = \frac{y_{cm}}{y_{proj}} \quad (2.49)$$

เมื่อ

y_{cm} = แรพิดิตี้ของเคออนในระบบศูนย์กลางมวล

y_{proj} = แรพิดิตี้ของเคออนในระบบกรอบปฏิบัติการ

2. การไหลแบบวงรี (Elliptic flow) ถ้าให้ลำของอนุภาคที่เคลื่อนที่เข้าชนกันอยู่ในแนวแกน z และระนาบการเกิดปฏิกิริยา (Reaction plane) อยู่ในแนวแกน x-z แล้ว การไหลแบบวงรีจะถูกกำหนดโดยผลต่างของกำลังสองของโมเมนตัมตามแนวขวางในแนว x และ y

$$v_2 = \left\langle \frac{p_x^2 - p_y^2}{p_x^2 + p_y^2} \right\rangle \quad (2.50)$$

3. การไหลตามแนวรัศมี (Radial flow) ในการชนแบบผ่านจุดศูนย์กลาง ซึ่งพารามิเตอร์การกระทบมีค่าเป็นศูนย์ จะไม่พบการไหลตามขวางและการไหลแบบวงรี มีก็แต่เพียงการไหลตามแนวรัศมี

4. กระจายอะซิมุททอลของ K^+ เป็นการกระจายอะซิมุททอลของ K^+ ของอันตรกิริยาการชนของนิวเคลียส – นิวเคลียส ของการชน $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$ ที่ระดับพลังงาน 1.93 A GeV และการชนของ $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$ ที่ระดับพลังงาน 1.50 A GeV ค่าการกระจายอะซิมุททอล จะใช้การกระจายของอนุกรมฟูรีเย่โดยพิจารณาสองเทอมแรกดังสมการนี้

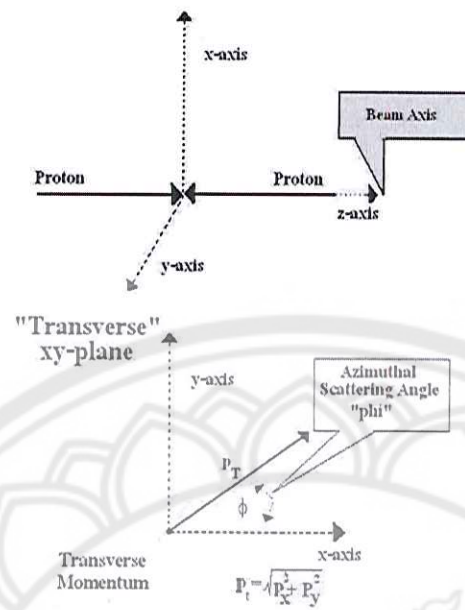
$$\frac{dN}{df} : 2v_1 \cos(f) + 2v_2 \cos(2f) \quad (2.51)$$

และ

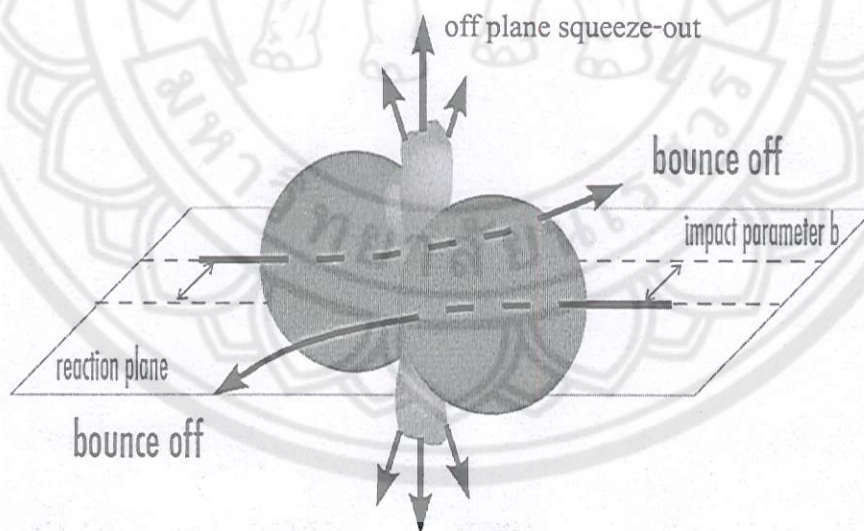
$$f = \tan^{-1} \frac{\frac{\partial p_y}{\partial p_x}}{\frac{\partial p_x}{\partial p_x}} \quad (2.52)$$

เมื่อ N คือ จำนวนอนุภาคของเคออน

f คือ มุมของการกระจายอะซิมุททอล



ภาพ 3 เป็นการแสดงการกระจายอะซิมุทอลในระนาบตามขวาง xy โดย ϕ เป็นมุมอะซิมุทอล และ P_t เป็นองค์ประกอบของโมเมนตัมในระนาบตามขวาง



ภาพ 4 การกระเด็นออกในระนาบ เนื่องจากการบีบอัดอนุภาคที่จะเคลื่อนที่ไปข้างหน้า มีโมเมนตัมส่งผ่านมีทิศตรงข้ามกับอนุภาคที่เคลื่อนที่ไปข้างหลังพร้อมทั้งแสดงการบีบออก (Squeeze-out) การปลดปล่อยอนุภาคเบามีสติตั้งฉากกับระนาบปฏิกิริยาใกล้ Mid-rapidity ผลของการบีบอัดที่ทำนายโดยการคำนวณ Hydrodynamic [44]

การแปลงแบบสัมพัทธภาพ

เวกเตอร์ในสี่มิติ

ทฤษฎีสัมพัทธภาพ เป็นทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการตำแหน่งและเวลาการเปลี่ยนแปลงนี้ ขึ้นอยู่กับกรอบของผู้สังเกต แต่มีบางปริมาณทางฟิสิกส์ที่คงที่ไม่เปลี่ยนแปลงในทฤษฎีนี้ คือ ความเร็วของแสงที่เท่าทุกกรอบของผู้สังเกต (3×10^8 m/s) และอีกปริมาณ คือ กำลังสองของ ตำแหน่งและเวลาที่ต่างกัน 2 เหตุการณ์ ที่มีค่าเท่ากับผลต่างกำลังสองของเวกเตอร์ในสี่มิติ ดังแสดงในสมการ

$$s^2 = t^2 - x^2 = t'^2 - x'^2 \quad (2.53)$$

นอกจากนี้อีกปริมาณหนึ่งก็คือ มวลนิ่ง ที่มีค่าเท่ากันทุกกรอบของผู้สังเกต โดยค่ามวลนิ่ง จะถูกกำหนดในสมการ

$$m^2 = E^2 - p^2 \quad (2.54)$$

ปริมาณทางจลนศาสตร์ที่ใช้อธิบายอนุภาค คือ ตำแหน่ง และ โมเมนตัม โดยสมการที่ใช้ อธิบายระบบนี้ จะไม่ขึ้นกับแกนอ้างอิงที่ใช้ อย่างไรก็ตามอนุภาคที่ศึกษามีพลังงานสูงที่ระดับ ทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ ตำแหน่งและโมเมนตัมจะต้องไม่เปลี่ยนแปลงภายใต้การแปลงลอเรนซ์ โดยจะแสดงในรูปของเวกเตอร์สี่มิติ ที่มีการรวมกันขององค์ประกอบของตำแหน่งสามมิติและเวลา ดังแสดงในสมการ

$$x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, x, y, z) \quad (2.55)$$

โดย x^0 คือเวลา x^1, x^2, x^3 คือ ตำแหน่ง และตัวอักษรกรีก $\mu = 1, 2, 3$ เมื่อพิจารณาจาก สัญลักษณ์ x^μ จะมีตัวยกเป็นอักษรกรีก เรียกว่าเวกเตอร์สี่มิติแบบ Contravariant ในขณะที่ สัญลักษณ์ x_μ จะมีตัวห้อยเป็นอักษรกรีก เรียกว่าเวกเตอร์สี่มิติแบบ covariant การแปลงระหว่าง Contravariant กับ covariant จะใช้เทนเซอร์เมตริกซ์ดังแสดงในสมการ

$$q_{\mu\nu} = q^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

เมื่อดำเนินการลงบนเวกเตอร์สี่มิติแล้วเปลี่ยนเครื่องหมายองค์ประกอบของตำแหน่ง
ดังสมการ

$$x_\mu = q_{\mu\nu} x^\nu = (x^0, -x^1, -x^2, -x^3) = (t, -x, -y, -z) \quad (2.57)$$

และสามารถลดเลขดัชนีที่ซ้ำกันแต่อยู่ต่างตำแหน่งกันได้ดังสมการ

$$x_\mu = q_{\mu\nu} x^\nu \quad x^\mu = q^{\mu\nu} x_\nu \quad (2.58)$$

และผลคูณของเวกเตอร์สี่มิติแบบผลคูณจุด (Dot product) สามารถหาได้จาก

$$X \cdot X = q_{\mu\nu} x^\mu x^\nu = t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \quad (2.59)$$

ซึ่งตัวหารพบว่าตัวอักษรดัชนีซ้ำกันให้ใช้วิธีที่เรียกว่า สัญลักษณ์การบวกของไอน์สไตน์
นั่นคือกระจายเลขดัชนีให้ครบทุกค่าแล้วนำมาบวกกัน

ความยาวของเวกเตอร์สี่มิติเป็นปริมาณคงตัวในทางทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษที่สามารถ
หาได้จากรากที่สองของผลคูณจุดของตำแหน่งดังสมการ

$$|X| = \sqrt{X \cdot X} = \sqrt{x_i \cdot x_i} \quad (2.60)$$

ในกรณีของโมเมนตัม เวกเตอร์สี่มิติแบบ Contravariant จะเขียนเป็น

$$p^\mu = (E, p) = (E, p_x, p_y, p_z) \quad (2.61)$$

และเวกเตอร์สี่มิติแบบ Covariant ของโมเมนตัมเขียนเป็น

$$p_\mu = (E, p) = (E, -p_x, -p_y, -p_z) \quad (2.62)$$

การแปลงระหว่างโมเมนตัมสี่มิติแบบ Contravariant กับ Covariant ทำได้โดยใช้เทนเซอร์เมตริกซ์ดังแสดงในสมการ

$$p_\mu = q_{\mu\nu} p^\nu, \quad p^\mu = q^{\mu\nu} p_\nu \quad (2.63)$$

และสามารถเขียนผลคูณระหว่างโมเมนตัมสี่มิติแบบผลคูณจุด กับตำแหน่งได้เป็น

$$P \cdot X = Et - p \cdot x \quad (2.64)$$

ซึ่งผลคูณจะบอกถึงเฟสระบบ ในกรณีการคูณระหว่างโมเมนตัมสี่มิติด้วยกันเอง จะเขียนได้เป็น

$$P_1 \cdot P_2 = E_1 E_2 - p_1 \cdot p_2 \quad (2.65)$$

หาก $P_1 = P_2$ แล้วจะได้ว่า

$$\begin{aligned} P \cdot P &= p_\mu p^\mu = q_{\mu\nu} p^\mu p^\nu \\ P^2 &= E^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2 \\ P^2 &= E^2 - p_1 \cdot p_2 \\ P^2 &= E^2 - |p_1|^2 = m^2 \end{aligned} \quad (2.66)$$

เรียกสมการ (2.66) ว่า มวลนิ่ง (Invariant mass) เมื่อ m เป็นมวลนิ่งของอนุภาคถ้าพิจารณาจากสมการนี้ จะสามารถเขียนในรูป

$$\begin{aligned} \text{เวกเตอร์สี่มิติของโมเมนตัม}^2 &= \text{พลังงาน}^2 - \text{เวกเตอร์สามมิติของโมเมนตัม}^2 \\ &= \text{เทอมของเวลา} - \text{เทอมของตำแหน่ง} \end{aligned}$$

momentum) เพราะว่าเทอมของเวลามากกว่าเทอมของอวกาศ แต่เมื่อ $P^2 < 0$ จะเรียกว่า ไมเมนตัมสี่มิติเหมือนตำแหน่ง (Spacelike 4-momentum) เพราะว่าเทอมของตำแหน่งมีค่ามากกว่าเทอมของเวลา

การแปลงแบบลอเรนซ์

การทดลองทางฟิสิกส์อนุภาคมีทั้งแบบที่เร่งอนุภาคให้วิ่งเข้าชนกันโดยทั้งสองอนุภาคมีพลังงานเท่ากัน หรือบางกรณีจะเป็นการเร่งอนุภาคตัวหนึ่งเข้าชนอนุภาคอีกตัวหนึ่งที่อยู่กับที่ ซึ่งทั้งสองกรณีจุดศูนย์กลางมวลของระบบต่างๆ เคลื่อนที่ด้วยความเร็วใกล้เคียง ดังนั้นการเชื่อมโยงผลการทดลองของทั้งสองระบบเข้าด้วยกันด้วยการแปลงลอเรนซ์

พิจารณาระบบที่ผู้สังเกตอยู่ในกรอบ s' ที่เคลื่อนที่ในแนวแกน z ด้วยความเร็ว β เทียบกับกรอบ s พลังงานและโมเมนตัมจะสัมพันธ์กันตามการแปลงแบบลอเรนซ์ดังสมการ

$$\begin{aligned} E' &= \gamma(E - \beta p_z) & E &= \gamma(E' + \beta p_z) \\ p'_x &= p_x & p_x &= p'_x \\ p'_y &= p_y & p_y &= p'_y \\ p'_z &= \gamma(p_z - \beta E) & p_z &= \gamma(p'_z + \beta E') \end{aligned} \quad (2.67)$$

เมื่อ γ คือ ตัวประกอบลอเรนซ์ (Lorentz factor) กำหนดโดย

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (2.68)$$

และเขียนความสัมพันธ์ระหว่างพลังงาน ขนาดของโมเมนตัมและ มวลของอนุภาคได้เป็น

$$E = \gamma m, \quad p = \beta E \quad (2.69)$$

โดยพลังงานจลน์ $T = E - m = (\gamma - 1)m$ การแปลงลอเรนซ์ที่แกนของกรอบทั้งสองขนานกันหรือไม่มีการหมุน เรียกว่า บูลสต์ (boost) องค์ประกอบของเวกเตอร์ 4 มิติ ที่ตั้งฉากกับทิศทางของบูลสต์จะไม่เปลี่ยนแปลงภายใต้การแปลงลอเรนซ์ เช่น หากแกน S' เคลื่อนที่ในแนวแกน

โดยพลังงานจลน์ $T = E - m = (\gamma - 1)m$ การแปลงลอเรนซ์ที่แกนของกรอบทั้งสองขนานกันหรือไม่มีการหมุน เรียกว่า บูลสต์ (boost) องค์ประกอบของเวกเตอร์ 4 มิติ ที่ตั้งฉากกับทิศทางของบูลสต์จะไม่เปลี่ยนแปลงภายใต้การแปลงลอเรนซ์ เช่น หากแกน S' เคลื่อนที่ในแนวแกน z แล้วโมเมนตัมในแนวแกน x และแกน y จะไม่เปลี่ยนแปลงโดยจะเรียกผลรวมของแกนทั้งสองว่า โมเมนตัมตามขวาง (Transverse momentum p_T หรือ $p_{\perp}$)

$$p_T = p_{\perp} = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \quad (2.70)$$

และโมเมนตัมตามแกน z จะเรียกว่าโมเมนตัมตามยาว (Longitudinal momentum) $p_L = p_z$ ทำให้สามารถเขียนความสัมพันธ์ของปริมาณระหว่างกรอบ S' ให้เป็น S ได้เป็น

$$\begin{aligned} E' &= \gamma (E - \beta p_L) \\ p_T' &= p_T \\ p_L' &= \gamma (p_L - \beta E) \end{aligned} \quad (2.71)$$

ปริมาณอีกสองปริมาณที่ใช้ในการอธิบายจลน์ศาสตร์ของอนุภาคอีกสองปริมาณ คือ มวลตามขวาง (Transverse mass, m_T หรือ $m_{\perp}$) และ แรพิดิตี (Rapidity, y) โดยมวลตามขวางคือผลต่างของพลังงานและโมเมนตัมตามยาว

$$m_T^2 = p_{\perp}^2 + m^2 \quad (2.72)$$

ส่วนแรพิดิตี กำหนดโดยเทอมของพลังงานกับโมเมนตัมตามยาว

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right) \quad (2.73)$$

โดยภายใต้ลอเรนซ์บูลสต์ แรพิดิตีสามารถเขียนได้เป็น

$$y^* = y - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) \quad (2.74)$$

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{p + p_z}{p - p_z} \right) \quad (2.75)$$

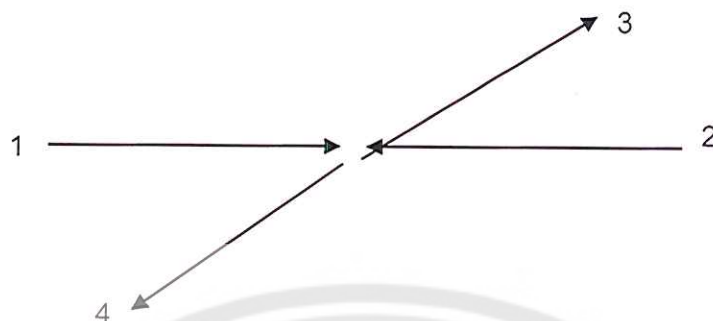
โดยจะเรียก η ว่าเป็นแรพิดิตีเทียม (Pseudorapidity) ซึ่งจะมีประโยชน์มากในการทดลองที่ไม่ทราบมวลและชนิดของอนุภาค

โดยปกติในการชนกันของอนุภาค ตำแหน่งและโมเมนตัมจะแตกต่างกันในกรอบอ้างอิงที่ต่างกัน อย่างไรก็ตามปริมาณทางฟิสิกส์หลายๆ ค่าเช่น ค่าภาคตัดขวางและ อัตราการสลายตัว ไม่ขึ้นกับกรอบอ้างอิงที่ใช้

ปริมาณที่ไม่แปรผันภายใต้การแปลงลอเรนซ์ นี้สามารถเขียนในเทอมของผลบวกหรือผลต่างกำลังสองของโมเมนตัม 4 มิติ มีชื่อเรียกว่า ตัวแปรแมนเดลสตาม (Mandelstam variables) หากอนุภาคที่เข้าชนกัน คือ อนุภาคที่ 1 และอนุภาคที่ 2 แล้วกระเจิงออกมาเป็น อนุภาคที่ 3 และ 4 แล้ว $(1+2 \rightarrow 3+4)$ ค่าที่ไม่แปรเปลี่ยน คือ ค่ายกกำลังสองของผลบวกหรือผลต่างโมเมนตัม 4 มิติ โดยสามารถกำหนดตัวแปรได้สามแบบนี้

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \\ t &= (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 \\ u &= (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 \end{aligned} \quad (2.76)$$

เมื่อ $s + t + u = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2$ จะเห็นได้ว่าตัวแปรแรก s ขึ้นกับสถานะเริ่มต้นหรือสถานะสุดท้ายอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น ในขณะที่ t และ u เป็นการผสมกันระหว่างสถานะเริ่มต้นกับสถานะสุดท้าย นอกจากนั้นรากของ s จะหมายถึงพลังงานทั้งหมดของการชน เนื่องจากหน่วยของ $\sqrt{s}$ เป็นหน่วยของโมเมนตัมคือ GeV ซึ่งจะเป็นหน่วยเดียวกันกับ หน่วยของพลังงานในระบบของหน่วยธรรมชาติ ดังนั้นจึงเรียกว่าเป็นพลังงานของการชน



ภาพ 5 การชนของอนุภาค

พลังงานของการชน

พิจารณาอนุภาค 2 อนุภาควิ่งเข้าชนกัน อนุภาคที่ 1 มีโมเมนตัม 4 มิติ $P_1 = (E_1, \vec{p}_1)$ อนุภาคที่ 2 มีโมเมนตัม 4 มิติ $P_2 = (E_2, \vec{p}_2)$ ปริมาณที่คงตัวจะไม่เปลี่ยนแปลง คือ ตัวแปรแมนเดิลสตาม s โดย



ภาพ 6 การชนระหว่าง 2 อนุภาค

สามารถหาได้จาก

$$\begin{aligned}
 s &= (P_1 + P_2)^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 \\
 &= m_1^2 + m_2^2 + 2(E_1 E_2 - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2) \\
 &= m_1^2 + m_2^2 + 2(E_1 E_2 - p_1 p_2 \cos \theta)
 \end{aligned}
 \tag{2.77}$$

เมื่อ θ คือ มุมระหว่างโมเมนตัม 3 มิติ พลังงานของการชนหาได้จาก $\sqrt{s}$ ซึ่งสามารถแบ่งได้ 2 แบบ คือ พลังงานการชนแบบกรอบศูนย์กลางมวล (Center-of-mass) และพลังงานการชนแบบกรอบที่เป้าอยู่นิ่ง (Fixed-target frame)

1. พลังงานของการชนแบบกรอบศูนย์กลางมวล เนื่องจากคิตที่ศูนย์กลางมวล โมเมนตัมที่เข้ามาทั้งสองด้าน จะทำให้โมเมนตัมรวมเป็นศูนย์ $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$ ดังนั้น

$$\begin{array}{ccc} \longrightarrow & & \longleftarrow \\ P_1 = (E_1, \vec{p}) & & P_2 = (E_2, -\vec{p}) \end{array}$$

ภาพ 7 การชนแบบกรอบศูนย์กลางมวล

$$s = (E_1 + E_2)^2 \quad (2.78)$$

จึงเขียนพลังงานของการชนแบบกรอบศูนย์กลางมวลได้เป็น

$$\sqrt{s} = E_1 + E_2 \quad (2.79)$$

ในกรณีที่ $m_1 = m_2$ และ $E_1 = E_2 = E$ จะได้ $\sqrt{s} = 2E$

2. พลังงานของการชนแบบกรอบที่เป้าอยู่นิ่ง เกิดจากการที่ $\vec{p}_2 = 0$ จาก $E^2 = p^2 + m^2$ จึงทำให้ $E_2 = m_2$ ดังนั้น

$$\begin{array}{ccc} \longrightarrow & & \bullet \\ P_1 = (E_1, \vec{p}) & & P_2 = (m_2, 0) \end{array}$$

ภาพ 8 การชนแบบกรอบที่เป้าอยู่นิ่ง

$$s = m_1^2 + m_2^2 + 2E_1 m_2 \quad (2.80)$$

ถ้า $E_1 \gg m_1, m_2$ จะสามารถประมาณค่าพลังงานของการชนแบบนี้ได้ $\sqrt{s} = \sqrt{2E_1 m_2}$

อนุภาคและสนาม

ทฤษฎีที่ใช้อธิบายฟิสิกส์อนุภาคคือ ทฤษฎีสันนามควอนตัม (Quantum field theories) โดยสนามคือ ค่าทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้แต่ละจุดในอวกาศและเวลา สนามมีการแปลงต่างๆ

กัน ภายใต้การแปลงลอเรนซ์ สนามมีทั้งสนามสเกลาร์ สนามเวกเตอร์ และสนามเทนเซอร์ แต่ละชนิดของอนุภาค จะมีสนามเกี่ยวข้องกันเสมอ

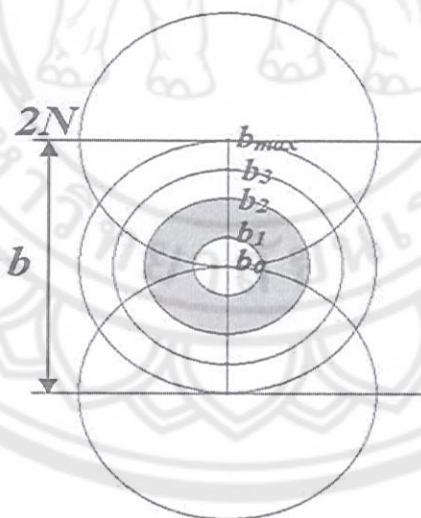
การศึกษานี้ใช้ปริมาณที่เรียกว่า ความหนาแน่นลากรางจ์ ซึ่งเป็นฟังก์ชันของสนามและอนุพันธ์ของ อวกาศและเวลา โดยจะมีเทอมที่บอกถึงพลังงานจลน์และเทอมที่บอกถึงอันตรกิริยาระหว่างสนาม

การอธิบายถึงอันตรกิริยาระหว่างอนุภาค หรือ สนาม ไม่สามารถใช้ สมการของชเรอดิงเงอร์ได้ เนื่องจาก สมการชเรอดิงเงอร์มีการเลียนแบบแปลงภายใต้การแปลงลอเรนซ์

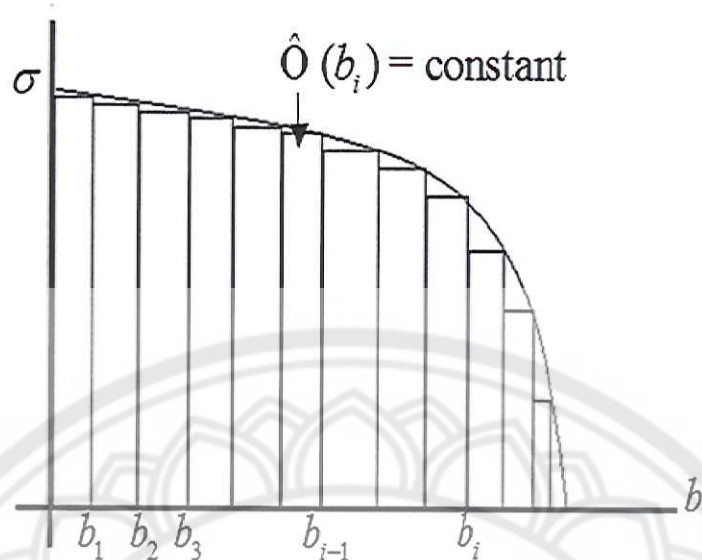
การหาค่าพารามิเตอร์ตกกระทบ (Impact parameters)

ลัมพัทธภาพของการชนระหว่างนิวคลีออน-นิวคลีออน เป็นเครื่องมือที่ถูกสร้างขึ้นมาเพื่อศึกษาความหนาแน่นของสสารนิวเคลียร์ที่ห้องปฏิบัติการ เมื่อพิจารณาเชิงเรขาคณิตและรูปแบบทางทฤษฎีทำให้ประมาณการณได้ว่า ขนาดของความหนาแน่นของสสารนิวเคลียร์ ณ บริเวณพื้นที่การเกิดปฏิกิริยา จะขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ตกกระทบ (Impact parameter; b)

โดยทั่วไปแล้วค่าพารามิเตอร์ตกกระทบของการชนระหว่างนิวคลีออน-นิวคลีออน จะถูกนิยามว่าเป็นระยะระหว่างจุดศูนย์กลางของนิวเคลียสทั้งสองก่อนทำปฏิกิริยาดังแสดงในภาพ 9



ภาพ 9 แผนภาพการหาระยะพารามิเตอร์ตกกระทบของการชนของนิวเคลียส-นิวเคลียส



ภาพ 10 แสดงแผนภาพความสัมพันธ์ระหว่างค่าภาคตัดขวางของการเกิดอนุภาค K^+ กับค่าพารามิเตอร์ดกกระทบ

จากภาพ 9 ค่าของภาคตัดขวางของการเกิดอนุภาค K^+ จะถูกนิยามเป็น

$$\sigma = \int_0^{b_{\max}} \hat{O}(b_i) db = \sum_i^N \hat{O}(b_i) \Delta b_i \quad (2.81)$$

เมื่อกำหนดให้ S เป็นพื้นที่ของบริเวณการเกิดปฏิกิริยามีค่าเท่ากับ

$$S = \int_{b_a}^{b_b} 2\pi b db \quad (2.82)$$

เมื่อ b คือ รัศมีของพื้นที่ และจากภาพ 1.4 ทำให้ได้ว่า

$$\frac{\int_{b_a}^{b_b} \hat{O}(b_i) 2\pi b db}{\int_{b_a}^{b_b} 2\pi b db} = \frac{\sum_i^N \int_{b_{i-1}}^{b_i} \hat{O}(b_{i-1,i}) 2\pi b db}{\pi(b_b^2 - b_a^2)}$$

$$\cong \frac{\sum_i^N O(b_{i-1}, b_i) \int_{b_{i-1}}^{b_i} 2\pi b db}{\pi(b_b^2 - b_a^2)} \cong \frac{\sum_i^N \hat{O}}{\pi(b_b^2 - b_a^2)} \quad (2.83)$$

กำหนดให้ S_i เป็นขอบเขตพื้นที่ของบริเวณการเกิดปฏิกิริยาที่สนใจ และอนุมานว่า S_i มีค่าเท่ากับพจน์ $\int_{b_{i-1}}^{b_i} 2\pi b db$ ของสมการ (2.83) เมื่อหาปริพันธ์ของพจน์ดังกล่าวจะได้เป็น

$$S_i \equiv \pi(b_i^2 - b_{i-1}^2) \quad (2.84)$$

จากภาพ 9 สามารถอนุมานค่าขอบเขตพื้นที่ของบริเวณการเกิดปฏิกิริยาทั้งหมดได้เป็น

$$S_i \equiv \frac{\int_{b_a}^{b_b} 2\pi b db}{2N} = \frac{\pi(b_b^2 - b_a^2)}{2N} \quad (2.85)$$

เทียบสมการ (2.84) กับ (2.85) จะได้ว่าค่าขอบเขตพื้นที่ของบริเวณการเกิดปฏิกิริยาที่สนใจจะมีค่าเท่ากับ

$$\pi(b_i^2 - b_{i-1}^2) = \frac{\pi(b_b^2 - b_a^2)}{2N}$$

$$b_i^2 = \frac{(b_b^2 - b_a^2)}{2N} - b_{i-1}^2 \quad (2.86)$$

$$b_0 = b_a = 0$$

$$b_1^2 = \frac{1}{2N} [b_b^2 + (2N-1)b_a^2]$$

$$b_2^2 = \frac{(b_b^2 - b_a^2)}{2N} + \frac{1}{2N} [b_b^2 + (2N-1)b_a^2]$$

$$= \frac{1}{2N} [2b_b^2 + (2N-2)b_a^2]$$

$$b_i = \sqrt{\frac{ib_b^2 + (2N-i)b_a^2}{2N}} \quad (2.87)$$

เมื่อ $l = 1, 3, 5, 7, \dots, (2N-1)$

$n = 1, 2, 3, \dots$

และ

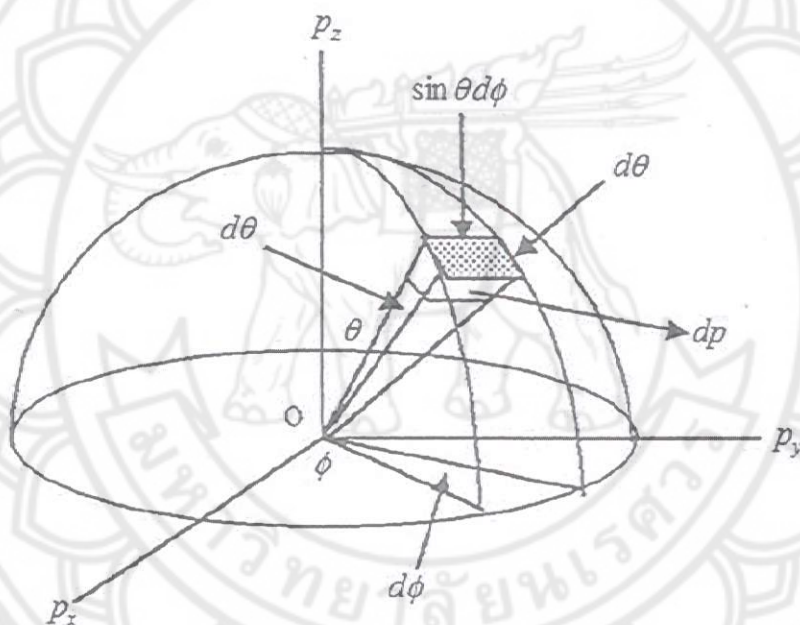
$n = 1$ มีค่า b ได้ 1 ค่า คือ b_1

$n = 2$ มีค่า b ได้ 3 ค่า คือ b_1, b_3, b_5

$n = 3$ มีค่า b ได้ 5 ค่า คือ b_1, b_3, b_5, b_7, b_9

ภาคตัดขวางของการเกิดอนุภาค K^+

อนุพันธ์ของปริมาตร



ภาพ 11 แสดงอนุพันธ์ของปริมาตรในพิกัดทรงกลม

ปริมาตรเล็กๆ ในปริภูมิของโมเมนตัมในพิกัดทรงกลม (dp) จะเขียนได้เป็น

$$dp \sin \theta d\theta d\phi \quad (2.88)$$

เมื่อ $d\phi = 3.6' \frac{p}{180} = \frac{2p}{100} (sr)$ แทนที่ในสมการ (2.88) จะเป็น

$$\frac{dp2p \sin q dq}{100} \quad (2.89)$$

เมื่อให้ $dW = \frac{2p \sin q dq}{100}$ แทนที่ในสมการ (2.83) จะเป็น

$$dpdW \quad (2.90)$$

และจากการหาค่าพารามิเตอร์ตกกระทบทำให้ทราบว่าภาคตัดขวางรวมของการเกิดอนุภาค K^+ จะเขียนได้เป็น

$$s = P_{prob} \int_0^{b_{max}} 2p b db$$

$$s = P_{prob} p b_{max}^2 \quad (2.91)$$

เมื่อ P_{prob} คือ โอกาสการเกิดอนุภาค K^+ และเมื่อนำสมการ (2.81) ทหารเทียบกับสมการ (2.80) ก็จะมีควมหมายว่าเป็นการหาค่าภาคตัดขวางรวมของการเกิดอนุภาค K^+ เทียบกับปริมาตรของพื้นที่เล็กๆ ดังแสดงในสมการ

$$\frac{d^2 s}{dpdW} = \frac{P_{prob} p b_{max}^2 \cdot 100}{dp2p \sin q dq}$$

$$\frac{d^2 s}{dpdW} = \frac{P_{prob} p b_{max}^2 \cdot 100}{dp2p \sin q dq} \approx \frac{fm^2}{GeV / c \cdot sr}$$

$$\frac{d^2 s}{dpdW} = \frac{P_{prob} p b_{max}^2}{dp2p \sin q dq} \approx \frac{bran}{GeV / c \cdot sr} \quad (2.92)$$

จากสมการ (2.92) นำสมการมาคูณกับค่า E / p^2 ดังนั้นจะได้สมการเป็น

$$\frac{E}{p^2} \frac{d^2s}{dW dp} = \frac{E}{p^2} \frac{P_{prob} p b_{max}^2}{dp 2p \sin q dq} \frac{\otimes bran}{\otimes GeV^2 c^{-3} \otimes} \quad (2.93)$$

เมื่อ E คือ พลังงานในศูนย์กลางมวล

p คือ โมเมนตัมในศูนย์กลางมวล

เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

R. Barth, et al. [45] ได้ศึกษาขีดเริ่มของการเกิดอนุภาคเคออนและแอนติเคออน ในการชนด้วยนิวคลีออน-นิวคลีออนของ $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$ ที่พลังงาน 0.8–1.8 A GeV โดยใช้หัววัด KaoS ณ ห้องปฏิบัติการ GSI Darmstadt [46] โดยเลือกสังเกตอนุภาคโปรตอน ไพออน และ เคออน ที่เกิดขึ้นที่ช่วงมุมเชิงขั้ว $40^\circ \leq \theta_{lab} \leq 48^\circ$ และค่าโมเมนตัมในกรอบปฏิบัติการ ในช่วง $0.3 \leq p_{lab} \leq 1.15$ ด้วยการวัดภาคตัดขวางของการเกิดอนุภาค K^+ และ K^- ที่ได้จะถูกประมาณด้วยฟังก์ชันของ Boltzmann ที่เป็นไปตามสมการ $d^3\sigma/dp^3 \propto \exp(-E/T)$ ที่ขึ้นอยู่ กับค่าความชันส่วนกลับ (Inverse slope; T) และพลังงานของลำอนุภาค (E) โดยพบว่า ค่าภาคตัดขวางของการเกิดอนุภาคจะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อพลังงานจลน์ของลำอนุภาคมีค่าเพิ่มขึ้น นอกจากนี้ยังพบอีกว่า อนุภาค K^+ และ K^- ที่เกิดขึ้นส่วนใหญ่จะอยู่ในกรอบศูนย์กลางมวล การวัดอัตราส่วน K^+/K^- ที่ต่ำกว่าพลังงานของการชนของอนุภาค ซึ่งแต่ละขีดเริ่มของการเกิด อนุภาคในการชนด้วย $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$ จะมีค่ามากกว่าการชนระหว่างนิวคลีออน – นิวคลีออนจะมี ค่าที่ใกล้เคียงกับพลังงานขีดเริ่ม จึงเป็นเหตุผลของการเพิ่มขึ้นของ K^- ในสสารนิวเคลียร์

C. M. Ko and G. O. Li [47] ได้ศึกษาสมบัติของแฮดรอนในสสารที่มีความหนาแน่นและ ได้ศึกษาการรวมผลของอิทธิพลของตัวกลางในแบบจำลองการส่งผ่านแบบสัมพัทธภาพซึ่งสัมพันธ์ กับกลุ่มของประจุของแฮดรอนและพลังงานของสสารที่มีความหนาแน่นโดยสนามเวกเตอร์และ สเกลาร์ ด้วยการชนของไอออนหนักที่ระดับพลังงานปานกลางโดยใช้แบบจำลองของ Walecka [48] โดยแบบจำลองนี้จะอธิบายการเพิ่มขึ้นของปริมาณของอนุภาคเคออน แอนติเคออน และ แอนติโปรตอน ในทิศตามขวาง (Transverse direction) และได้อธิบายถึงอิทธิพลของตัวกลาง ในการชนด้วยไอออนหนักที่เกี่ยวกับความถี่ขีดเริ่ม ของการสร้างอนุภาคไว้ว่า ในอันตรกิริยาแบบ แบริออน-แบริออน ค่าความถี่ขีดเริ่มในกรอบการชนแบบศูนย์กลางมวลของการเกิดอนุภาค แอนติโปรตอนจะมีค่าเท่ากับ $2m_N^*$ เมื่อ m_N^* คือมวลยังผลของนิวคลีออน ความถี่ขีดเริ่มของการ สร้างอนุภาค แอนติเคออนมีค่าเท่ากับ $m_K^* + m_K^*$ และความถี่ขีดเริ่มของการสร้างอนุภาคเคออน มีค่าเท่ากับ $m_Y^* + m_K^* - m_N^*$ ซึ่งตัวแปรที่กล่าวมาสามารถพบได้จากอ้างอิง [48] นอกจากนี้ยัง

อธิบายว่าการเพิ่มขึ้นของภาคตัดขวางของการเกิดอนุภาคว่า การผลิตอนุภาคจะลดลงในดักกลาง เนื่องจากความถี่เริ่มต้นของการเกิดอนุภาคที่ลดลง ค่าภาคตัดขวางของการเกิดอนุภาคมีค่าเพิ่มขึ้น เช่นเดียวกับการเพิ่มขึ้นของปริภูมิเฟส ซึ่งผลของค่าภาคตัดขวางของการเกิดอนุภาคที่ได้พบได้จาก อ้างอิง [49]

Ch. Hartnack, et al. [50] ได้ศึกษางานวิจัยเรื่อง "Modeling the many-body dynamics of heavy ion collisions: Present status and future perspective" ซึ่งได้อธิบาย ส่วนของการศึกษาสมการสถานะนิวเคลียร์ในสสารที่มีความหนาแน่น ว่าคุณสมบัติของสสาร นิวเคลียร์ในสภาวะสมดุลสามารถอธิบายได้จาก ตัวแปร 2 ตัว ได้แก่ ความหนาแน่นและอุณหภูมิ สำหรับค่าความดัน (P) ในสมการสถานะจะหาค่าตัวแปรนี้ได้จากความสัมพันธ์ทาง เทอร์โมไดนามิกส์สมการสถานะนิวเคลียร์ในนิวเคลียร์ฟิสิกส์แทนด้วย พลังงานต่อแบรีออน แทนด้วย E ซึ่งเป็นฟังก์ชันของความหนาแน่นและอุณหภูมิ สมการความสัมพันธ์ของพลังงานและ ความดัน แทนด้วย $P = \rho^2 \partial E / \partial \rho|_{S=const}$ โดยกำหนดให้ S คือค่าเอนโทรปี และ ค่า Compressibility (K) จะมีค่าเท่ากับ $K = 9\rho^2 \partial^2 / \partial \rho^2 (E/A)$

A. B. Larionov and U. Mosel [51] ศึกษาอนุภาค K^+ ในการชนแบบนิวเคลียส-นิวเคลียส ที่ระดับพลังงาน 1–2 A GeV โดยใช้แบบจำลองการส่งผ่านที่ใช้แบบแนวคิดแบบ Boltzmann – Uehling – Uhlenbeck (BUU) และทดลองวัดภาคตัดขวางของการเกิดอนุภาค K^+ เทียบกับโมเมนตัมในกรอบปฏิบัติการ ด้วยการชนของ $^{197}_{79}\text{Au} + ^{197}_{79}\text{Au}$ ที่ระดับพลังงาน 0.96 A GeV ที่มุมเชิงขั้วต่างๆ กัน พบว่า ภาคตัดขวางของการเกิดอนุภาค K^+ ที่คำนวณได้จาก แบบจำลอง BUU มีค่ามากกว่าค่าที่ได้จากการทดลองในเอกสารอ้างอิง [46] เมื่อไม่คิดค่าศักย์ของ K^+ นอกจากนี้เมื่อทำการคำนวณค่าศักย์ที่ประมาณค่าโดย Brown กับ Rho และ Ko กับ Li [37] ค่าภาคตัดขวางของการเกิดอนุภาค K^+ ที่คำนวณได้ทางทฤษฎี จะมีค่าลดลง และพบว่าเมื่อค่า โมเมนตัมในกรอบปฏิบัติการ จะมีค่าสอดคล้องกับผลการทดลองในเอกสารอ้างอิง [29] และ เมื่อค่าโมเมนตัมมีค่าเพิ่มขึ้นค่าภาคตัดขวางรวมของการเกิดอนุภาค K^+ ที่คำนวณได้มีค่าสูงกว่า การทดลองเล็กน้อย

A. Forster, et al. [55] ศึกษารูปแบบของการปลดปล่อยอนุภาค K^+ และ K^- จากการชน ของ $^{197}_{79}\text{Au} + ^{197}_{79}\text{Au}$ $^{58}_{28}\text{Ni} + ^{58}_{28}\text{Ni}$ และ $^{12}_6\text{C} + ^{12}_6\text{C}$ ที่พลังงาน 1.50 1.93 และ 1.80 A GeV ตามลำดับโดยใช้หัววัด Kaon Spectrometer (KaoS) ที่ห้องปฏิบัติการ GSI รายละเอียดของ การศึกษานี้ประกอบไปด้วย มัลติพลิตี (multiplicity) ค่าพารามิเตอร์ของความชันส่วนกลับ (inverse slope parameter) และค่าไอโซทรอปีในรูปแบบของการปลดปล่อยเชิงมุมเทียบกับ

ฟังก์ชันของการชนแบบในระบบศูนย์กลางมวล และเมื่อทำการเปรียบเทียบรูปแบบการส่งผ่านที่วัดจากปริมาณของอนุภาค K^+ ที่เกิดขึ้นพบว่า ผลที่ได้จะสอดคล้องกับสมการสถานะนิวเคลียร์แบบอ่อน (soft EOS) เท่านั้น นอกจากนี้ยังพบอีกว่าการเกิดอนุภาค K^+ ที่ช่วงพลังงาน 1-2 A GeV จะแสดงโดยปฏิกิริยาการแลกเปลี่ยนอนุภาค $K^- N \rightarrow \pi Y (Y=A, S)$ ซึ่งนำไปสู่การคู่ควมระหว่างปริมาณของ K^+ และ K^- อย่างไรก็ดีตาม อนุภาคทั้งสองจะแสดงให้เห็นความแตกต่างในรูปแบบการปลดปล่อยตามเงื่อนไขต่างๆ ที่ได้กำหนดไว้

